



**premio internacional**  
A LA INNOVACIÓN EN CARRETERAS  
JUAN ANTONIO FERNÁNDEZ DEL CAMPO

**Trabajo ganador del Accésit.**

**Texto completo correspondiente al artículo:**

**Modelización micromecánica de mezclas bituminosas para el diseño de pavimentos flexibles**

**Autor: Fernando Óscar Martínez**

Publicado en el número especial de la revista *Carreteras*:

---

“Premio Internacional a la Innovación en Carreteras  
*Juan Antonio Fernández del Campo*”. VI Edición 2015-2016

---

Nº 214, julio – agosto 2017

# MODELIZACION MICROMECHANICA DE MEZCLAS ASFALTICAS PARA EL DISEÑO DE PAVIMENTOS FLEXIBLES

## Resumen

El módulo dinámico de las mezclas asfálticas es una propiedad fundamental utilizada como dato de entrada en los modernos métodos de diseño de pavimentos basados en principios empírico-mecanicistas. A fin de disponer de datos suficientemente confiables para ser introducidos en estos procedimientos de cálculo, se han desarrollado distintos modelos de estimación basados en las propiedades volumétricas y de los asfaltos empleados en su formulación. Sin embargo, el mayor inconveniente de este tipo de modelos es que se debe conocer "a priori", la relación funcional que vincula los datos de entrada con su respuesta. Este trabajo presenta el desarrollo y calibración de un modelo racional de estimación del módulo dinámico de las mezclas asfálticas mediante los conceptos de la micromecánica con un modelo esférico múltiple que respeta como premisas básicas su relativa sencillez, fundamentado conceptualmente en la mecánica aplicada, con un número reducido de factores empíricos de ajuste y utilizando la información experimental resultante de ensayos convencionales. Del análisis de los resultados obtenidos, es posible concluir que el modelo desarrollado produce resultados del módulo dinámico suficientemente confiables y adecuados para las mezclas asfálticas usadas típicamente en Argentina aplicables en procedimientos de diseño empírico-mecanicistas de pavimentos.

Palabras Clave: Módulo dinámico, Micromecánica, Modelo de estimación

## 1. Introducción

### 1.1 El diseño estructural de los pavimentos

Desde los caminos construidos por los antiguos romanos y los incas hasta la actualidad, los sistemas ~~de transporte carreteros han mostrado~~ una evolución permanente impulsada por la necesidad de cubrir mayores distancias con menores tiempos de viaje, proporcionar mayor movilidad a la población y acceso a mejores condiciones de vida con menores consumos, mayor seguridad, mayor confort y mayores economías. Una alternativa a estas demandas es la obtención de estructuras de pavimentos más duraderas y a menor costo, situación que ha derivado en el desarrollo de metodologías de diseño de pavimentos cada vez más elaboradas y más complejas.

El diseño de pavimentos comprende el estudio de los suelos y los restantes materiales componentes,

su comportamiento bajo cargas y el diseño de los espesores de cada capa para soportar esas cargas bajo las distintas condiciones climáticas. Dado que para todos los pavimentos, su capacidad resistente radica en las distintas capas que los componen, resulta entonces esencial un conocimiento básico de la mecánica de esos materiales.

Una metodología de diseño muy difundida se basa en el uso de correlaciones estadísticas entre las características de los materiales componentes y espesores de los mismos respecto a la serviciabilidad de la estructura del pavimento para una dada condición de tránsito. A pesar de las limitaciones que se presentan particularmente referidas a las características de los materiales, condiciones de clima y configuraciones de carga implicadas en el desarrollo de esas correlaciones que no están necesariamente asociadas a una base científica, esta metodología para el diseño de pavimentos sigue actualmente en vigencia en muchos países del mundo, con modificaciones y mejoras basadas en la re interpretación de los datos que le dieron origen y la experiencia acumulada por su aplicación en otros contextos.

Sin negar su utilidad, avalada por casi 50 años de aplicaciones, es posible reconocer que estos procedimientos de base empírica adolecen de algunas deficiencias ya que requieren un número grande de datos para determinar relaciones entre factores de influencia y comportamientos observados, no tienen una base científica firme y no es prudente su uso para condiciones distintas a las originales. Las relaciones entre "inputs" del diseño (cargas, materiales, configuración estructural y ambiental) y el desempeño del pavimento ("outputs") resultan de la experiencia, la experimentación o la combinación de ambas.

A fin de paliar estas deficiencias y por similitud con otras estructuras de la Ingeniería Civil, en años recientes los procedimientos de diseño estructural de los pavimentos se han orientado a introducir metodologías racionales basadas en principios de la física y la mecánica.

Sin embargo, el diseño de pavimentos es básicamente distinto del diseño estructural de puentes o edificios porque la estructura del pavimento se encuentra expuesta sobre la superficie del terreno, y consecuentemente es muy influenciada por los factores ambientales. Igualmente, una ruta cruza distintas áreas o regiones con distintos tipos de suelos de soporte y dado que su resistencia está afectada por muchos factores incluyendo su densidad, contenido de humedad, estructura del suelo, velocidad de aplicación de las cargas y grado de confinamiento, el proyectista debe adoptar valores representativos de una manera racional para la sección en cuestión. Además por su carácter de material natural, el suelo soporte varía de punto a punto a lo largo de un camino lo que sumado a la naturaleza aleatoria del tránsito solicitante hace más complejo el proceso de diseño de pavimentos.

Por ello en la actualidad se considera que el enfoque más eficiente para el diseño estructural de los pavimentos flexibles es aquel que combina aportes racionales y empíricos dando lugar a las llamadas metodologías Empírico-Mecanicistas.

En ellos, los materiales son caracterizados para obtener propiedades mecánicas fundamentales susceptibles de ser incorporadas en modelos estructurales analíticos que permitan determinar magnitudes tales como tensiones, deformaciones y desplazamientos mediante el uso de modelos estructurales y ecuaciones matemáticas. El aporte empírico entra en juego entonces, estableciendo la relación entre esas magnitudes y los fenómenos observados de deterioro y falla del pavimento introduciendo el número de ciclos de carga necesarios para alcanzar una dada condición referida a la pérdida de la regularidad superficial, la formación de fisuras y grietas y el desarrollo de huellas.

En resumen:

- Mecánicamente se calcula la respuesta estructural del pavimento (tensiones, deformaciones y deflexiones) asociadas a las cargas de tránsito y las condiciones ambientales acumulándose el “daño” producido durante el período de diseño.

- Empíricamente se relaciona el daño con el tiempo para la evolución de deterioros típicos (fisuras, ahuellamientos y regularidad superficial) a través de funciones de transferencia obtenidas a partir de modelos de regresión.

En el caso de las mezclas asfálticas, la propiedad fundamental considerada como dato de entrada de estos modelos estructurales es la valoración de su “rigidez” o “deformabilidad”. Este tipo de materiales presenta un comportamiento viscoelástico en el cual como respuesta a la aplicación de una tensión  $\sigma$  se obtiene una deformación  $\varepsilon$  que resulta dependiente del tiempo durante el cual se aplica la tensión y de la temperatura a la que se encuentra el material. En estas condiciones, es posible definir un módulo de rigidez o de deformación S de la forma:

$$S = \left( \frac{\sigma}{\varepsilon} \right)_{(t,T)} \quad (1)$$

donde:

S : módulo de rigidez

$\sigma$  : tensión aplicada

$\varepsilon$  : deformación resultante

t : tiempo de carga

T : temperatura

Este módulo de rigidez es funcionalmente similar al módulo de Young de los materiales elásticos y es por ello que el mismo es utilizado como subrogante de esta propiedad en aquellos modelos de cálculo basados en un sistema estratificado de capas elásticas cuando se adopta una dada condición de la temperatura y el tiempo de sollicitación. Si bien los modelos de cálculo se han visto favorecidos por el avance de la computación que ofrece cada vez mayores prestaciones a más bajo costo, no ha

ocurrido los mismos con las técnicas de caracterización de materiales para determinar en laboratorio esta propiedad mecánica fundamental ya que se requieren equipamientos sofisticados de alto costo y personal altamente capacitado para operarlos. Esta situación se ve notablemente agravada en América Latina donde la incorporación extensiva de esta tecnología resulta difícil de alcanzar en el medio plazo.

### 1.2 El módulo dinámico de las mezclas asfálticas

Las mezclas asfálticas usadas en pavimentación son sometidas a lo largo de su vida en servicio a las variadas condiciones climáticas y de sollicitaciones dinámicas que le impone el tránsito circulando a distintas velocidades y con diferentes magnitudes de cargas aplicadas. Por ello, la metodología experimental utilizada para caracterizar a estos materiales se ha orientado fundamentalmente a la aplicación de cargas dinámicas (pulsantes de cortos períodos de duración o alternativas con diferentes frecuencias de oscilación) tratando de simular lo más fielmente que sea posible las condiciones reales.

Cuando una mezcla asfáltica comportándose como un cuerpo viscoelástico es sometida uniaxialmente a la acción de una tensión de variación sinusoidal en el tiempo  $\sigma(t)$  de frecuencia angular  $\omega$  de forma  $\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$ , éste reacciona desarrollando deformaciones también sinusoidales pero desfasadas en el tiempo como  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi)$ .

Para este material viscoelástico, el módulo dinámico  $|E^*|$  se define como:

$$|E^*| = \left( \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \right) \quad (2)$$

con:

$\sigma_0$  : amplitud de la tensión aplicada

$\varepsilon_0$  : amplitud de la deformación resultante

$\omega$  : frecuencia angular de la sollicitación

t : tiempo

$\phi$  : ángulo de fase entre tensiones y deformaciones, representando el comportamiento viscoso del material (cero para materiales puramente elásticos,  $\pi/2$  para materiales puramente viscosos)

En el contexto de las metodologías empírico-mecanicistas, este módulo dinámico es la propiedad que representa la rigidez (o deformabilidad) del material y es de gran interés por cuanto determina la distribución de tensiones y deformaciones en todas las capas componentes de la estructura vial y se vincula estrechamente con la valoración del deterioro por fatiga y acumulación de deformaciones permanentes<sup>[1]</sup>.

Dada la gran variedad de situaciones climáticas y de velocidad de circulación de las cargas a la que está sometida una mezcla asfáltica en un pavimento real, es necesario definir un modelo de variación de  $|E^*|$  respecto a la temperatura y la frecuencia de sollicitación de manera que su implementación en los referidos procedimientos de cálculo sea eficiente. Varias funciones matemáticas se han propuesto para estos modelos en los cuales el módulo dinámico tiende a un valor alto para frecuencias elevadas o bajas temperaturas y a un valor pequeño para las bajas frecuencias o las altas temperaturas.

## 2. Objetivo del Trabajo

En años recientes, se ha desarrollado, construido y puesto a punto en el Laboratorio Vial del IMAE un equipo de ensayos capaz de realizar las determinaciones experimentales de  $|E^*|$  con aplicación de cargas sinusoidales utilizando la técnica de tracción indirecta por compresión diametral con el que se han determinado, para distintas mezclas asfálticas de obras de la región, los módulos dinámicos para distintas frecuencias de sollicitación y temperaturas de ensayo. Complementariamente, se han determinado otras propiedades de las mismas tales como su composición granulométrica y volumétrica y propiedades de los ligantes asfálticos lo que ha posibilitado compilar todos estos resultados en una importante Base de Datos.

Por otro lado, tal como se manifestó precedentemente, la determinación experimental del módulo dinámico de las mezclas asfálticas requiere equipamiento especial con capacidad de aplicar cargas de manera controlada de forma sinusoidal y medir las pequeñas deformaciones resultantes de esta excitación. Por ello con el objeto de disponer de valores estimados suficientemente confiables del módulo dinámico  $|E^*|$  para ser introducidos en esos métodos de diseño basados en principios mecánicos, diversos autores han propuesto distintas ecuaciones y modelos de predicción del módulo dinámico  $|E^*|$  a partir de la composición en volumen, granulometría y propiedades individuales de los componentes de la mezcla asfáltica. Distintos métodos de predicción de  $|E^*|$  han sido evaluados y calibrados a mezclas asfálticas argentinas en trabajos previos <sup>[2, 3, 4]</sup>. Sin embargo, el mayor inconveniente de este tipo de modelos es que se debe conocer "a priori", la ley o relación funcional que vincula los datos de entrada con la respuesta de los mismos.

En ese contexto, el objetivo de este trabajo es analizar la posibilidad de estimar el módulo dinámico de una mezcla asfáltica para una dada frecuencia y temperatura partiendo de la composición en volumen, granulometría y propiedades de sus componentes mediante el desarrollo de un modelo fundamental, de base racional y sustentado por los principios de la Micromecánica que contemple cuatro premisas básicas:

1. Que el modelo sea de relativa sencillez como para permitir que el mismo pueda ser implementado por los proyectistas de estructuras de pavimentos sin necesidad de elevados costos computacionales y sin una pérdida importante de la precisión en las estimaciones capturando la influencia de aquellos factores de mayor significancia respecto a su comportamiento mecánico.

2. Que el modelo se asiente sobre un esquema teórico conceptualmente válido en el marco de la Mecánica Aplicada.
3. Que la aparente contradicción entre la sencillez del modelo y la complejidad del comportamiento mecánico de las mezclas asfálticas se salve mediante la menor cantidad posible de factores de ajuste o calibración de naturaleza empírica.
4. Que la información experimental con que debe alimentarse el modelo para obtener la estimación buscada resulte de ensayos convencionalmente disponibles en nuestro país (granulometría de agregados, viscosidad del ligante, composición volumétrica, etc.)

Se considera que los resultados y conclusiones que se deriven de esta trabajo pueden ser un aporte importante para impulsar la implementación de metodologías de diseño de pavimentos flexibles con bases mecanísticas, comprender con mayor profundidad el comportamiento mecánico de las mezclas asfálticas y relacionar este comportamiento con parámetros particulares de las mezclas tales como las propiedades del ligante y su contenido volumétrico por un lado y forma, tamaño y graduación de los agregados pétreos por el otro.

### 3. Fundamentación Teórica

#### 3.1 Definición formal del módulo dinámico $|E^*|$

La teoría que sustenta la definición formal del módulo dinámico ha sido muy bien documentada en numerosos estudios <sup>[5, 6, 7]</sup> basándose en la hipótesis básica que las mezclas asfálticas sometidas a pequeñas deformaciones pueden ser consideradas como materiales viscoelásticos lineales (VEL). Sin embargo, con el fin de evitar cualquier confusión en la lectura de este trabajo se presenta resumidamente el desarrollo teórico en que se funda la definición del módulo dinámico.

Si una mezcla asfáltica es sometida a la acción uniaxial de una tensión de variación sinusoidal de la forma

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (3)$$

en condiciones estacionarias, ésta responde con una deformación también sinusoidal pero desfasada en el tiempo

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \text{sen}(\omega t - \phi) \quad (4)$$

como se muestra en la Figura 1.

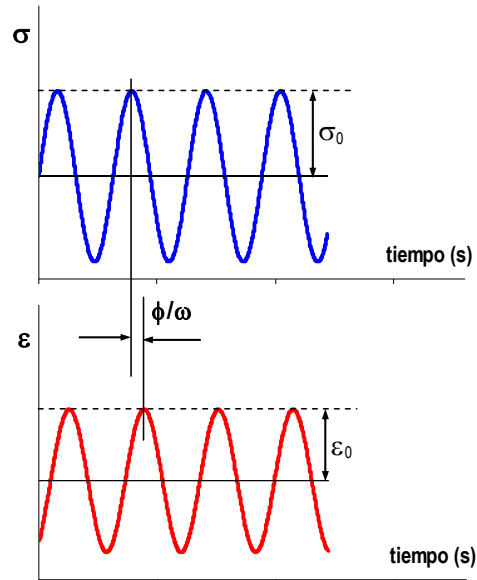


Figura 1 Tensión aplicada y deformación resultante

con

$\sigma(t)$ : tensión aplicada dependiente del tiempo  $t$

$\sigma_0$  : amplitud de la tensión aplicada

$\varepsilon(t)$ : deformación resultante dependiente del tiempo  $t$

$\varepsilon_0$  : amplitud de la deformación resultante

$\omega$  : frecuencia angular (radianes/segundo)

$\phi$  : ángulo de fase (en radianes)

El módulo complejo  $E^*$  es definido como:

$$E^* = \frac{\sigma_0 \cdot \text{sen}(\omega t)}{\varepsilon_0 \cdot \text{sen}(\omega t - \phi)} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\text{sen}(\omega t)}{\text{sen}(\omega t - \phi)} \quad (5)$$

y el módulo del “módulo complejo” o simplemente, el módulo dinámico como:

$$|E^*| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \quad (6)$$

Se definen dos cantidades  $E_1$  y  $E_2$  denominadas módulo de almacenamiento (storage modulus en inglés) y módulo de pérdida (loss modulus en inglés) respectivamente como:

$$E_1 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \cos \phi \quad (7)$$

$$E_2 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \text{sen} \phi \quad (8)$$

resultando:



$$|E^*| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\right)^2 \cdot (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi)} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \quad (9)$$

$$\tan \phi = \frac{E_2}{E_1} \quad (10)$$

Los módulos de almacenamiento y de pérdida en sólidos viscoelásticos miden la energía almacenada, que representa la parte elástica, y la energía disipada, que representa la porción viscosa.

El ángulo de fase  $\phi$  caracteriza la mayor o menor respuesta elástica del material. Si  $\phi$  es igual a cero, las tensiones y deformaciones están en fase tal como ocurre en los materiales perfectamente elásticos. Por el contrario, si  $\phi$  es igual a  $\pi/2$ , las tensiones y deformaciones están absolutamente fuera de fase como ocurre en un material perfectamente viscoso ideal.

### 3.2 Principio de equivalencia frecuencia-temperatura

Numerosas evidencias experimentales han mostrado que este módulo dinámico es fuertemente dependiente de la temperatura y la frecuencia (o el tiempo) de aplicación de las cargas. Bajo la hipótesis que las mezclas asfálticas son materiales termo-reológicamente simples, es posible considerar que resulta aplicable entonces el principio de superposición frecuencia-temperatura. La frecuencia  $f$  y la frecuencia angular  $\omega$  están relacionadas como:

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad (11)$$

Debido a limitaciones de orden experimental, el módulo dinámico de las mezclas asfálticas sólo puede ser determinado dentro de un limitado rango de variación de las frecuencias de las cargas y las temperaturas de ensayo. En muchos casos, estas condiciones experimentales difieren de aquellas que se producen en una mezcla asfáltica durante su vida en servicio. A los efectos de ejemplificar la influencia de la frecuencia y la temperatura, la Figura 2 presenta los resultados del módulo dinámico de una mezcla asfáltica obtenidos para cinco frecuencias de sollicitación ( $f$ ) entre 0.25 y 4 Hz y cinco temperaturas de ensayo ( $T$ ) entre 0 y 40 °C.

Para una dada temperatura de ensayo, el módulo dinámico aumenta con el aumento de la frecuencia de sollicitación. A la inversa, para una frecuencia de sollicitación constante, el módulo dinámico disminuye con el aumento de la temperatura. La frecuencia y la temperatura juegan entonces un rol equivalente y recíproco por cuanto el aumento de uno de estos factores es equivalente a la disminución del otro. Además, es evidente que un mismo valor del módulo dinámico puede ser obtenido para infinitas condiciones de frecuencia de sollicitación y temperatura de ensayo.

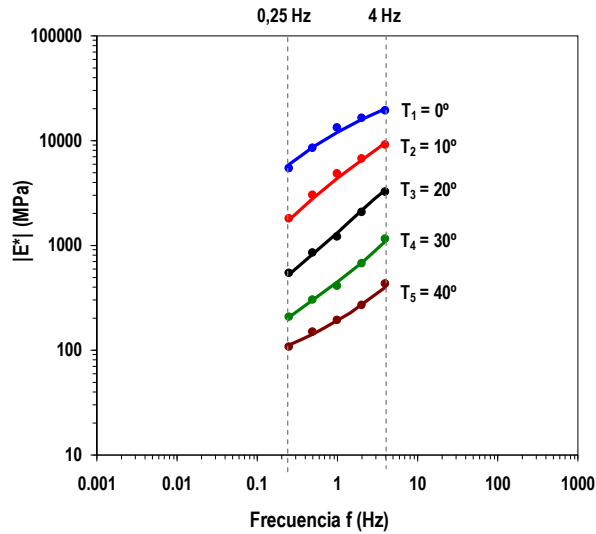


Figura 2 Variación de  $|E^*|$  con la frecuencia para las distintas temperaturas

Este principio de equivalencia entre la frecuencia y la temperatura posibilita la construcción de curvas isotermas, denominadas curvas maestras (*master curves*, en inglés) que muestran la variación del módulo dinámico en un amplio rango de frecuencias para una dada temperatura de referencia elegida arbitrariamente. Esta construcción se efectúa mediante el desplazamiento horizontal de las curvas experimentales de manera que confluyan en una curva única como se muestra en la Figura 3 para la temperatura de referencia  $T_R = 20^\circ\text{C}$ .

La magnitud de esta traslación horizontal ( $aT$ ) para las frecuencias reducidas ( $f_R$ ) depende de la temperatura original a la cual se determinó el módulo dinámico y la temperatura de referencia. La curva maestra así construida permite extender las frecuencias utilizadas en los ensayos en un rango de variación mucho más amplio y compatible con las condiciones de sollicitación de la mezcla asfáltica durante su vida en servicio.

Matemáticamente esta traslación puede ser expresada como:

$$f_R = aT \cdot f \quad (12)$$

$$\log f_R = \log aT + \log f \quad (13)$$

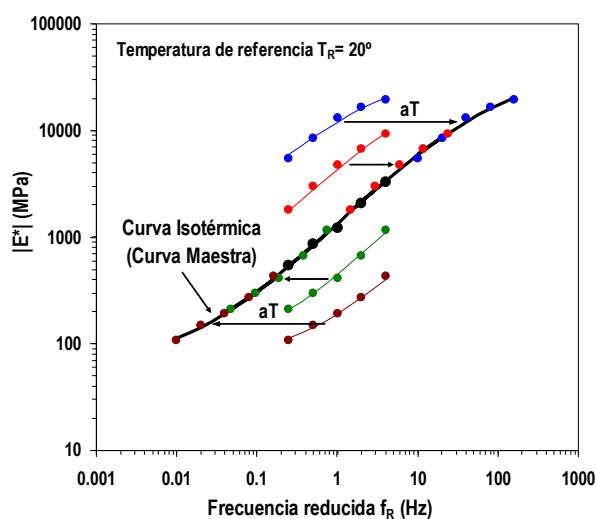


Figura 3 Curva maestra de  $|E^*|$  a la temperatura  $T_R = 20^\circ\text{C}$

con:

$f_R$  : frecuencia reducida (Hz)

$f$  : frecuencia original (Hz)

$aT$  : factor de desplazamiento horizontal de las frecuencias (*shift factor*, en inglés)

A partir de la representación gráfica de los valores experimentales del módulo dinámico en función de las frecuencias de sollicitación para las distintas temperaturas de ensayo, se produce el desplazamiento de estas curvas respecto a la correspondiente temperatura de referencia elegida de manera que por extrapolación o interpolación se obtenga una curva única de trazado continuo. Estas curvas maestras presentan en general una forma de S apaisada donde la parte superior de la misma se aproxima asintóticamente a un valor máximo dependiente de la rigidez límite del ligante asfáltico (módulo vítreo). En esas condiciones de elevadas frecuencias, o equivalentemente de bajas temperaturas, el asfalto presenta una muy elevada rigidez siendo su aporte el que prepondera frente al de los agregados pétreos con predominio de su fase elástica. En el otro extremo de bajas frecuencias (o temperaturas altas), la parte inferior de la curva tiende también a un valor asintótico mínimo (módulo de equilibrio). En esta región, el predominio es de la fase viscosa y el ligante aparece como un líquido de viscosidad reducida con el mayor aporte concerniente a la contribución granulométrica de los agregados pétreos (distribución de tamaños y trabazón entre partículas).

Esta curva maestra puede ser utilizada para estimar o interpolar el módulo dinámico a diferentes temperaturas y frecuencias de interés a partir de un conjunto limitado de datos obtenidos en ensayos de laboratorio. A fin de posibilitar su aplicación en programas de diseño de pavimentos, varios modelos matemáticos se han propuesto para modelar esta curva maestra.

La Figura 4 muestra la variación de los módulos dinámicos en función de la temperatura para las

distintas frecuencias de sollicitación.

La aplicación del mismo principio de equivalencia frecuencia-temperatura posibilita también la construcción de una curva única de variación de  $|E^*|$  en función de la temperatura para una dada frecuencia de referencia  $f_R$  elegida arbitrariamente, curva isócrona, como se muestra en la Figura 5.

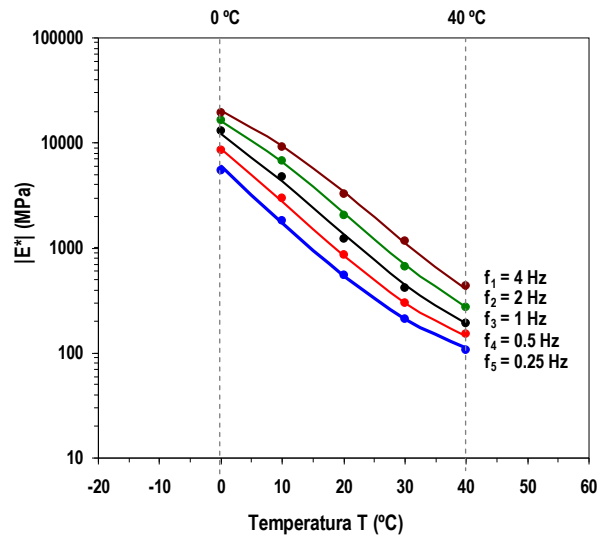


Figura 4 Variación de  $|E^*|$  con la temperatura para las distintas frecuencias

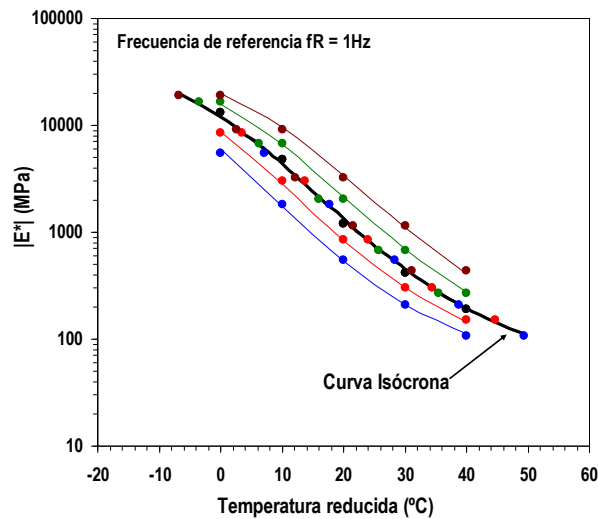


Figura 5 Curva isócrona a la frecuencia de referencia  $f_R$  de 1Hz

Chebab et al. <sup>[8]</sup> han mostrado que el principio de equivalencia frecuencia (tiempo) – temperatura continúa siendo válido aún si las condiciones de viscoelasticidad lineal son violadas o si se ha introducido daño al material.

Distintos procedimientos han sido propuestos para el cálculo de los factores de traslación  $a_T$  en

mezclas asfálticas convencionalmente utilizados en el tratamiento de polímeros y otros materiales termo-reológicos <sup>[9, 10, 11]</sup>. En este trabajo se ha adoptado una ecuación del tipo Arrhenius para el cálculo de los factores de desplazamiento aT de la forma:

$$aT = e^{\left[ \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_R} \right) \right]} = e^{\left[ C_A \left( \frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_R} \right) \right]} \quad (14)$$

con:

$\Delta H$ : energía aparente de activación (J/mol)

R : constante universal de los gases perfectos (R = 8.314 J/(mol.°K) )

$C_A$  : constante de Arrhenius del material

$T_i$  : temperatura de ensayo de interés (°K)

$T_R$  : temperatura de referencia (°K)

Francken <sup>[12]</sup> ha propuesto que la energía de activación  $\Delta H$  tiene un valor constante independiente del material y cercano a 208000 J/mol por lo que  $C_A$  resulta aproximadamente igual a  $2.51 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ . Sin embargo, otros investigadores que han adoptado la ecuación del tipo Arrhenius para calcular los factores de desplazamiento aT han determinado distintos valores. Por ejemplo, Lytton et al. <sup>[13]</sup> han encontrado un valor de 250062 J/mol y Jacobs <sup>[14]</sup> ha informado un valor de 147050 J/mol por lo que concluyen que  $C_A$  es una constante propia de cada material dependiente del ligante asfáltico utilizado.

Las curvas maestras del módulo dinámico han sido modelizadas para su aplicación en el diseño de pavimentos mediante funciones genéricas con constantes ajustadas y determinadas de tal forma que ese modelo refleje los resultados experimentales lo más ajustadamente que sea posible con una forma de S apaisada. Varias funciones matemáticas han sido propuestas por diversos autores como modelos fenomenológicos de la curva maestra del módulo dinámico.

En este trabajo se ha adoptado un modelo logístico sigmoidal simétrico (MLSS) cuya forma funcional es:

$$\log|E^*| = \delta + \frac{(\alpha - \delta)}{1 + e^{(\beta + \gamma \cdot \log f_R)}} \quad (15)$$

donde:

$|E^*|$  : módulo dinámico (MPa)

$\delta$  : logaritmo del valor mínimo de  $|E^*|$  ( $|E^*|_{\min}$ , módulo de equilibrio)

$\alpha$  : logaritmo del valor máximo de  $|E^*|$  ( $|E^*|_{\max}$ , módulo vítreo)

$\gamma, \beta$ : parámetros que describen la forma de la función sigmoidal y el punto de inflexión

Este tipo de función ha sido adoptada en la Guía de Diseño Empírico – Mecanicista de Estructuras de Pavimentos Nuevos y Rehabilitados desarrollados en el marco del proyecto NCHRP 9-19 <sup>[15]</sup> y por otros autores <sup>[16, 17]</sup>.

## **4 Modelos Micromecánicos Aplicados a Mezclas Asfálticas**

### 4.1 Fundamentación teórica

La modelación micromecánica es empleada para la determinación de las propiedades efectivas de un material heterogéneo a partir de las propiedades inherentes a los distintos componentes, sus concentraciones volumétricas y sus formas geométricas.

Numerosos modelos analíticos han sido desarrollados a partir del trabajo fundamental de Eshelby<sup>[18]</sup> que han sido usados para investigar un amplio rango de materiales compuestos incluyendo propelentes sólidos de cohetes, cerámicos y polímeros reforzados con fibras. Más recientemente, muchos investigadores han hecho uso de simulaciones numéricas usando microestructuras generadas computacionalmente o representaciones de microestructuras reales obtenidas mediante distintas técnicas de obtención y análisis de imágenes. Las dos técnicas de este tipo más comunes para la simulación micromecánica son el Método de los Elementos Finitos (FEM) y el Método de los Elementos Discretos (DEM).

La modelación micromecánica es una metodología actualmente vigente para investigar las propiedades de másticos y mezclas asfálticas. En la pasada Conferencia Internacional de Pavimentos Asfálticos organizada por la Sociedad Internacional de Pavimentos Asfálticos <sup>[19]</sup> (*ISAP por su nombre en inglés*) llevada a cabo en EE.UU en junio de 2014, cuatro sesiones técnicas fueron dedicadas a la caracterización microestructural y micromecánica de materiales asfálticos.

Los modelos micromecánicos varían desde formulaciones analíticas muy simples que toman en cuenta una muy limitada información morfológica y consecuentemente tienen una menor precisión y requieren de mayores calibraciones a expresiones analíticas más complicadas o métodos numéricos o simulaciones que consideran una detallada información morfológica y entonces poseen mayor precisión y requieren menores calibraciones pero son más exigentes desde el punto de vista computacional y de la calidad de la información que debe disponerse respecto a los componentes. Como la información con que debe contarse para los materiales componentes, sus geometrías y relaciones mutuas es muy detallada, las modelaciones resultan muy eficiente pero también limitan sus posibilidades de utilización en otras situaciones que por ejemplo difieran del acomodamiento espacial de los agregados o la particularización que se hace para una dada muestra de la mezcla asfáltica bajo un dado estado tensional lo que limita seriamente su capacidad predictiva para otras configuraciones.

Por el contrario, los modelos más simples al requerir información más general y en muchos casos

disponible a partir de ensayos más simples, permiten efectuar predicciones y análisis de sensibilidad con un menor grado de complejidad posibilitando su aplicación en el diseño de materiales y sus aplicaciones aunque ello resulte en alguna pérdida de precisión <sup>[20]</sup>.

Como uno de los objetivos de esta Tesis es desarrollar un modelo de estimación del módulo dinámico de las mezclas asfálticas partiendo de la composición en volumen, granulometría y propiedades de sus componentes introduciendo los conceptos de la micromecánica, de relativa sencillez, basado en un esquema conceptual válido en el marco de la Mecánica Aplicada y para el que la información experimental con que debe alimentarse resulte de ensayos convencionalmente disponibles en nuestro país, no se han considerado viables los métodos numéricos o simulaciones que consideran una detallada información morfológica.

Si bien las mezclas asfálticas tienen un comportamiento marcadamente viscoelástico, una simplificación comúnmente adoptada es considerar las propiedades del ligante asfáltico a una temperatura y una frecuencia de sollicitación (o tiempo de carga) fijas junto a las propiedades de los agregados como elásticas y aplicar estas propiedades en los modelos de manera de estimar las propiedades del compuesto a esas mismas frecuencia y temperatura. Repitiendo este proceso para las frecuencias y temperaturas consideradas para el ligante asfáltico, es posible obtener una curva maestra de la mezcla asfáltica <sup>[21, 22, 23, 24]</sup>.

Diversos modelos micromecánicos han sido propuestos para mezclas asfálticas con distintos grados de complejidad y precisión, algunos de los cuales son revisados en la sección siguiente.

#### 4.2 Modelación micromecánica de mezclas asfálticas

Las mezclas asfálticas han sido consideradas como materiales compuestos conteniendo partículas de agregados de distintos tamaños y formas aleatoriamente distribuidos en una matriz de ligante o mástico asfáltico asumiendo que se trata de materiales bifásicos (agregados y ligante o mástico) o trifásicos (agregados grandes, agregados pequeños y ligante o mástico). Esta diferencia surge de considerar al filler como un agregado envuelto en el ligante o por el contrario, considerar al filler mezclado con el ligante constituyendo el mástico asfáltico.

Muchos estudios distintos han sido publicados referidos a las propiedades efectivas de mezclas asfálticas aplicando principios micromecánicos. Por ello, en este trabajo no se hace una revisión exhaustiva de todos ellos sino de aquellos que resulten relevantes a los objetivos del mismo. Una revisión más amplia de modelos micromecánicos aplicados a mezclas asfálticas es presentada por Zhang and Yang <sup>[25]</sup>.

##### *4.2.1 Ley de Mezclas y ecuaciones de Paul*

Las expresiones más simples de estimación representando la respuesta mecánica efectiva  $K_c$  de dos

fases 1 y 2 de geometría irregular han sido desarrolladas a partir de la Ley de Mezclas y principios extremos de mínima energía considerando que esa respuesta efectiva tiene un valor mayor o igual al que corresponde a un arreglo en serie de las fases y menor o igual al que corresponde a un arreglo en paralelo <sup>[26]</sup> como:

$$\frac{1}{\frac{v_1}{K_1} + \frac{v_2}{K_2}} \leq K_c \leq v_1 \cdot K_1 + v_2 \cdot K_2 \quad (16)$$

$$\frac{1}{\frac{v_1}{G_1} + \frac{v_2}{G_2}} \leq G_c \leq v_1 \cdot G_1 + v_2 \cdot G_2 \quad (17)$$

donde:

$K_1, K_2$  : módulos volumétricos de las fases 1 y 2 respectivamente

$G_1, G_2$ : módulo de corte de las fases 1 y 2 respectivamente

$K_c, G_c$ : módulo volumétrico y de corte efectivos del compuesto

$v_1, v_2$  : fracciones volumétricas de las fases 1 y 2 respectivamente

Los módulos volumétricos  $K$  y de corte  $G$  pueden ser relacionados al módulo elástico  $E$  y la relación de Poisson  $\nu$  como:

$$E = \frac{1}{\frac{1}{3G} + \frac{1}{9K}} \quad (18)$$

$$\nu = \frac{E}{3G} - 1 \quad (19)$$

Estos arreglos de las fases 1 y 2 en serie y paralelo se muestran en la Figura 6.

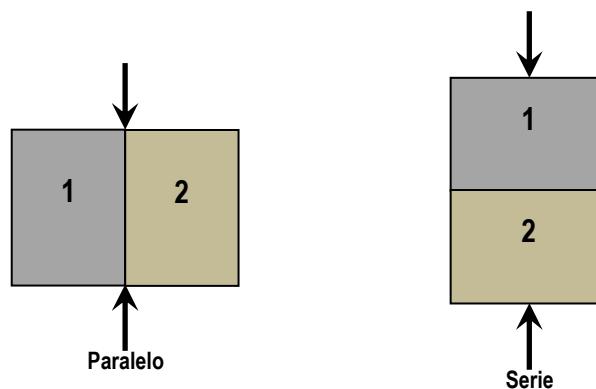


Figura 6 Arreglos de las fases 1 y 2 en paralelo y en serie



#### 4.2.2 Modelo con fases de geometría arbitraria de Hashin y Shtrikman

Para el caso de un material compuesto con fases de geometría arbitraria, Hashin y Shtrikman <sup>[27]</sup> derivaron una mejora a los límites anteriores basándose en principios variacionales de la elasticidad. Estos límites para compuestos bifásicos y para el módulo volumétrico efectivo resultan:

$$K_1 + \frac{v_2}{\frac{1}{K_2 - K_1} + \frac{3v_1}{2K_1 + 4G_1}} \leq K_c \leq K_2 + \frac{v_1}{\frac{1}{K_1 - K_2} + \frac{3v_2}{2K_2 + 4G_2}} \quad (20)$$

$$G_1 + \frac{v_2}{\frac{1}{G_2 - G_1} + \frac{6v_1(K_1 + 2G_1)}{5G_1(3K_1 + 4G_1)}} \leq G_c \leq G_1 + \frac{v_1}{\frac{1}{G_1 - G_2} + \frac{6v_2(K_2 + 2G_2)}{5G_2(3K_2 + 4G_2)}} \quad (21)$$

con  $K_2 \geq K_1$  y  $G_2 \geq G_1$

#### 4.2.3 Esquema Auto Consistente Generalizado

Los dos modelos anteriores resultan en límites máximo y mínimo del módulo efectivo a partir de las proporciones volumétricas y propiedades de cada fase componente. El Esquema Auto-Consistente Generalizado <sup>[28]</sup> (GSCS por su nombre en inglés *Generalized Self-Consistent Scheme*) provee una única solución para el material compuesto considerando al compuesto como una partícula única embebida en un medio homogéneo infinito con una propiedad efectiva desconocida como se presenta en la Figura 7.

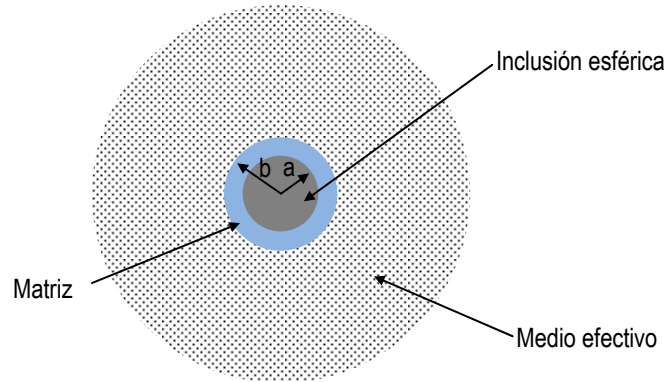


Figura 7 Esquema Auto-Consistente Generalizado

El módulo de corte efectivo del medio homogéneo  $G_c$  está dado por la ecuación cuadrática:

$$A \left( \frac{G_c}{G_m} \right)^2 + 2B \left( \frac{G_c}{G_m} \right) + C = 0 \quad (22)$$

con:

$G_m$  : módulo de corte de la matriz

A, B y C: largas funciones algebraicas de las propiedades elásticas de la inclusión (agregado), la matriz (mástico) y las proporciones volumétricas de éstas.

Shashidhar y Shenoy <sup>[29]</sup> han aplicado el Esquema Auto-Consistente Generalizado a másticos asfálticos con distintas concentraciones de fílleres introduciendo algunas simplificaciones a la formulación original de Christensen y Lo basadas en la gran diferencia de rigideces a favor de las partículas de filler y de que la relación de Poisson para el filler  $\nu_f$  y del ligante  $\nu_{bit}$  son valores positivos entre 0 y 0.5.

En estas condiciones, las funciones A, B y C resultan:

$$A = \left[ \begin{array}{l} 8(4 - 5\nu_{bit})(7 - 10\nu_{bit})\phi_f^{(10/3)} - 50(7 - 12\nu_{bit} + 8\nu_{bit}^2)\phi_f^{(7/3)} + 252\phi_f^{(5/3)} - \\ - 50(7 - 12\nu_{bit} + 8\nu_{bit}^2)\phi_f + 8(4 - 5\nu_{bit})(7 - 10\nu_{bit}) \end{array} \right] \quad (23)$$

$$B = \left[ \begin{array}{l} -4(1 - 5\nu_{bit})(7 - 10\nu_{bit})\phi_f^{(10/3)} + 100(7 - 12\nu_{bit} + 8\nu_{bit}^2)\phi_f^{(7/3)} - 504\phi_f^{(5/3)} + \\ + 150(3 - \nu_{bit})\nu_{bit}\phi_f + 6(4 - 5\nu_{bit})(15\nu_{bit} - 7) \end{array} \right] \quad (24)$$

$$C = \left[ \begin{array}{l} 4(5\nu_{bit} - 7)(7 - 10\nu_{bit})\phi_f^{(10/3)} - 50(7 - 12\nu_{bit} + 8\nu_{bit}^2)\phi_f^{(7/3)} + 252\phi_f^{(5/3)} + \\ + 25(\nu_{bit}^2 - 7)\phi_f - (7 + 5\nu_{bit})(8 - 10\nu_{bit}) \end{array} \right] \quad (25)$$

donde G corresponde al módulo de corte,  $\nu_{bit}$  la relación de Poisson del ligante asfáltico y  $\phi_f$  la fracción volumétrica del filler. El compuesto en el presente caso es el mástico mientras que la matriz es el ligante asfáltico.

La relación de módulos puede ser obtenida de la ecuación cuadrática (22) y eligiendo deliberadamente la raíz positiva de la misma resulta:

$$\left( \frac{G_c}{G_m} \right) = \left( \frac{\sqrt{B^2 - 4AC} - B}{2A} \right) \quad (26)$$

Dado que el cálculo de las funciones A, B y C puede resultar engorroso, Buttlar et al <sup>[30]</sup> han propuesto una formulación simplificada obtenida por regresión de mínimos cuadrados de la forma:

$$\left( \frac{G_c}{G_m} \right) = a.e^{(bG_m)} \quad (27)$$

$$a = 25.083\phi_f^3 - 10.154\phi_f^2 + 4.8767\phi_f + 0.831 \quad (28)$$

$$b = (-1.28 \times 10^{-3})\phi_f^3 - (3.37 \times 10^{-4})\phi_f^2 + (3.08 \times 10^{-4})\phi_f + (6.53 \times 10^{-6}) \quad (29)$$

#### 4.2.3 Modelo de Hirsch

Christensen et al. <sup>[31]</sup> han desarrollado un modelo como una combinación de múltiples fases combinadas en serie y paralelo y donde el volumen de agregados es descompuesto en dos partes: una parte de los agregados que aportan la trabazón por contacto entre ellos y el filler y otra parte, que comprende al volumen restante de agregados.

El modelo resultante se muestra en la Figura 8.

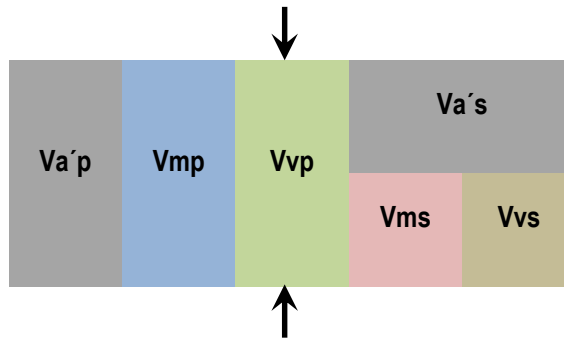


Figura 8 Modelo de Hirsch

En esta figura,  $Va'$  representa la fracción en volumen de agregados excluidos aquellos que están en contacto y el filler,  $Vm$  refiere a la fracción volumétrica de mástico y  $Vv$  representa la fracción volumétrica de vacíos de aire en tanto que los sub índices  $p$  y  $s$  significan fases en paralelo o en serie.

En estas condiciones, el módulo del compuesto resulta:

$$E_c = Va'p \cdot E_a + Vmp \cdot E_m + (Va's + Vms + Vvs)^2 \cdot \left[ \frac{Va's}{E_a} + \frac{(Vms + Vvs)^2}{Vms \cdot E_m} \right]^{-1} \quad (30)$$

donde:

$E_a$  : módulo de los agregados pétreos

$E_m$  : módulo del mástico

Introduciendo un *factor de contacto*  $P_c$  que representa la fracción en paralelo respecto al total de la fase, la ecuación (30) puede ser escrita como:

$$E_c = P_c(Va' \cdot E_a + Vm \cdot E_m) + (1 - P_c) \cdot \left[ \frac{Va'}{E_a} + \frac{(Vm + Vv)^2}{Vm \cdot E_m} \right]^{-1} \quad (31)$$

Los autores proponen que ese factor de contacto  $P_c$  puede ser calculado según:

$$P_c = \frac{\left( P_0 + \frac{VFM \cdot E_m}{VAM'} \right)^{P_1}}{P_2 + \left( \frac{VFM \cdot E_m}{VAM'} \right)^{P_1}} \quad (32)$$

con:

$P_0$ ,  $P_1$  y  $P_2$  : constantes determinadas empíricamente

VFM : fracción de los vacíos del agregado mineral llenos con mástico

VAM' : vacíos del agregado mineral excluyendo el filler mineral

El módulo del mástico  $E_m$  es calculado también con una base racional a partir de una modificación empírica de la ley de mezclas como:

$$E_m = \left( V_f' \cdot E_a^n + V_b' \cdot E_b^n \right)^{1/n} \quad (33)$$

donde:

$V_b'$  : fracción del ligante asfáltico en el mástico ( $V_b' = V_b/V_m$ )

$E_b$  : módulo del ligante

$E_a$  : módulo de los agregados minerales en el filler

$n$  : exponente de calibración con valores entre -1 y +1

Como puede observarse, la base de este método de estimación se basa en principios micromecánicos de la ley de mezclas pero introduce factores empíricos calibrados mediante datos experimentales obtenidos de distintos estudios llevados a cabo en EE.UU.

Debe destacarse la observación que realizan los autores respecto a que si bien "el modelo de Hirsch es un método racional y semi-empírico de predicción del módulo de concretos asfálticos, es decir, su estructura es lógica y en base a la ley de mezclas, su uso en la práctica requiere calibración con los datos medidos. No se debe confundir con una ecuación constitutiva, que delimita rigurosamente las relaciones entre las tensiones, las deformaciones y las propiedades del material" [31].

#### 4.2.4 Modelos analíticos en 2D

Shu and Huang [23, 24], Li et al. [32] y Huang et. al [33] han desarrollado soluciones analíticas en 2 dimensiones aplicando modelos de 3 y 4 capas adoptando distintas hipótesis de estado plano de tensiones, de deformaciones o axisimetría. Estas soluciones analíticas se diferencian del Esquema Auto Consistente Generalizado en que el medio efectivo es considerado de tamaño finito. Aplicando hipótesis generales de los cuerpos elásticos lineales e isótropos para cada capa, unión perfecta entre capas vecinas y distribución de una presión uniforme  $p$  en el contorno  $r = c$  como se muestra en la Figura 9, la compatibilidad de desplazamientos en los contornos de capas vecinas permite calcular en

condiciones de axisimetría el módulo  $E_0$  del medio equivalente como:

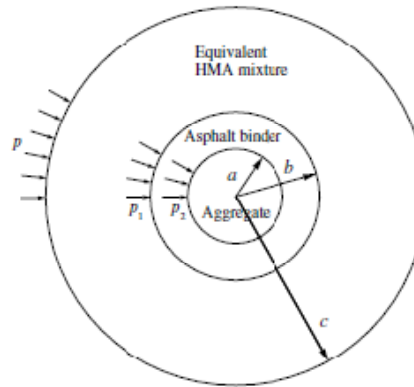


Figura 9 Modelo analítico bi-dimensional <sup>[25]</sup>

$$E_0 = \frac{E_1(1-2\nu_0)(1-\eta)}{x_1 - \frac{9E_2\eta(1-\nu_1)^2}{4(1-2\nu_2)(1-\eta)E_1 + 4E_2x_2}} \quad (34)$$

$$x_1 = \frac{1}{2}\eta(1+\nu_{bit}) + (1-2\nu_{bit}) \quad (35)$$

$$x_2 = \frac{1}{2}(1+\nu_{bit}) + (1-2\nu_{bit})\eta \quad (36)$$

$$\eta = \frac{a^3}{b^3} \quad (37)$$

donde:

$E_0, E_1, E_2$ : módulo del medio equivalente, del ligante asfáltico y del agregado respectivamente

$\nu_0, \nu_{bit}, \nu_2$ : relaciones de Poisson del medio equivalente, del ligante asfáltico y del agregado respectivamente

$a, b$  : radios del agregado y del agregado recubierto con la película de ligante respectivamente

El módulo elástico equivalente de la mezcla asfáltica no sólo depende de las propiedades elásticas de los componentes individuales  $E_i$  y  $\nu_i$  sino también del tamaño del agregado y el espesor de ligante asfáltico.

## 5. Desarrollo de un modelo micromecánico para mezclas asfálticas

### 5.1 Modelo propuesto

El modelo que se propone es un modelo tridimensional como una extensión de los modelos analíticos en 2 dimensiones presentados anteriormente en el que cada agregado es considerado como una esfera recubierta por una película de espesor constante del mástico asfáltico y embebida en un medio

esférico equivalente y homogéneo de tamaño finito de mezcla asfáltica cuyas propiedades efectivas son desconocidas como se muestra en corte en la Figura 10.

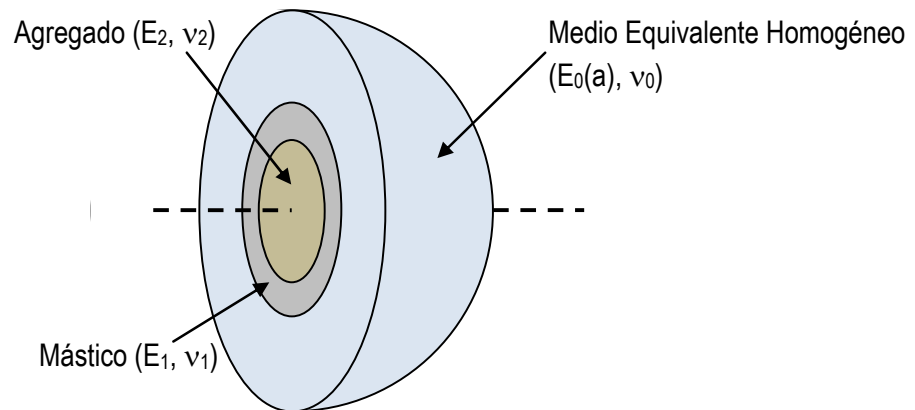


Figura 10 Modelo esférico propuesto en corte

Usando el concepto de medio equivalente introducido por Eshelby <sup>[18]</sup> la capa más exterior puede ser considerada como un medio equivalente a la mezcla combinada de las dos otras capas interiores (agregado y mástico) y donde las propiedades de esa capa más externa son entonces aquellas de la mezcla asfáltica. Luego, la mezcla asfáltica que es micromecánicamente inhomogénea puede ser tratada como un material compuesto macromecánicamente homogéneo <sup>[22, 23, 32, 34]</sup>.

En la Figura 11,  $a$  es el radio de un agregado pétreo,  $(b-a)$  es el espesor de la película de mástico que lo rodea y  $(c-b)$  espesor del medio equivalente en el que están embebidos. El medio equivalente, el mástico y el agregado son considerados materiales isótropos y linealmente elásticos donde  $E_0(a)$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_0$ ,  $\nu_1$  y  $\nu_2$  son los módulos elásticos y relaciones de Poisson respectivamente de cada uno de esos componentes. Una tensión radial uniformemente distribuida  $p$  es aplicada en la superficie esférica exterior de radio  $c$  que induce las tensiones radiales uniformemente distribuidas  $p_1$  y  $p_2$  en las interfaces de radio  $b$  y  $a$  respectivamente. Para las capas de agregado, mástico y medio equivalente perfectamente adheridas entre ellas es posible obtener analíticamente los desplazamientos radiales  $u_{0c}$  en la superficie límite de radio  $r = c$ ,  $u_{0b}$  y  $u_{1b}$  en la superficie límite de radio  $r = b$ , y  $u_{1a}$  y  $u_{2a}$  en la superficie de radio  $r = a$ . De acuerdo a esta notación el primer subíndice "0", "1" y "2" representa diferentes dominios (medio equivalente, mástico y agregado respectivamente) y el segundo subíndice "a" "b" y "c" representa diferentes límites como se presenta en la Figura 12.

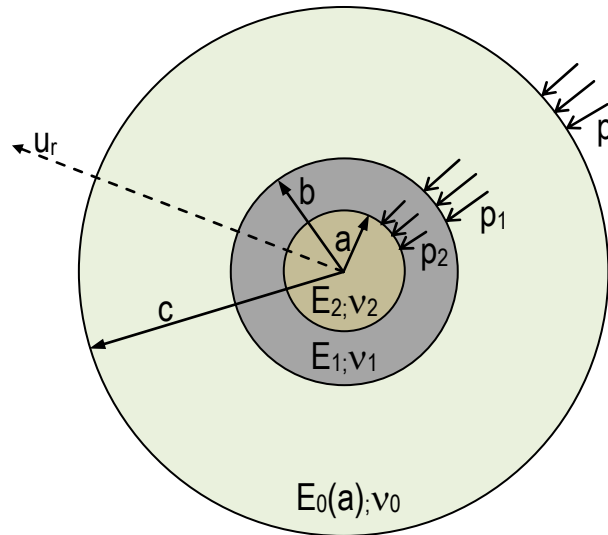


Figura 11 Modelo esférico propuesto

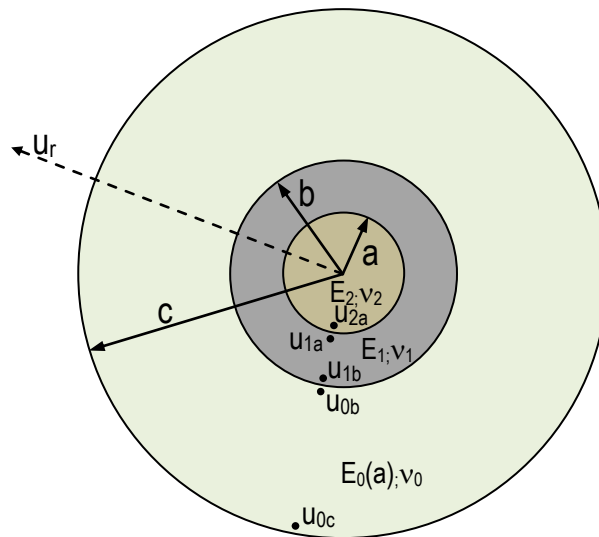


Figura 12 Significado de los desplazamientos radiales

Aplicando la teoría de la elasticidad, los desplazamientos pueden ser calculados como <sup>[35]</sup>:

$$u_{0c} = \frac{1}{E_0(a)} \left[ \frac{(1 + \nu_0) b^3 c (p - p_1)}{2 (c^3 - b^3)} + (1 - 2\nu_0) \frac{p c^3 - p_1 b^3}{(c^3 - b^3)} c \right] \quad (38)$$

$$u_{0b} = \frac{1}{E_0(a)} \left[ \frac{(1 + \nu_0) c^3 b (p - p_1)}{2 (c^3 - b^3)} + (1 - 2\nu_0) \frac{p c^3 - p_1 b^3}{(c^3 - b^3)} b \right] \quad (39)$$

$$u_{1b} = \frac{1}{E_1} \left[ \frac{(1 + \nu_1) a^3 b (p_1 - p_2)}{2 (b^3 - a^3)} + (1 - 2\nu_1) \frac{p_1 b^3 - p_2 a^3}{(b^3 - a^3)} b \right] \quad (40)$$

$$u_{1a} = \frac{1}{E_1} \left[ \frac{(1+v_1)b^3 a(p_1-p_2)}{2(b^3-a^3)} + (1-2v_1) \frac{p_1 b^3 - p_2 a^3}{(b^3-a^3)} a \right] \quad (41)$$

$$u_{2a} = \frac{(1-2v_2)}{E_2} p_2 \cdot a \quad (42)$$

Como la totalidad de la mezcla asfáltica equivalente puede ser tratada como un medio macroscópicamente homogéneo, el desplazamiento en la superficie límite  $r=c$  también puede ser expresada como:

$$u_c = \frac{(1-2v_0)}{E_0(a)} p \cdot c \quad (43)$$

Entonces, por continuidad de los desplazamientos resulta:

$$\begin{aligned} u_c &= u_{0c} \\ u_{0b} &= u_{1b} \\ u_{1a} &= u_{2a} \end{aligned} \quad (44)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (38) a (42) y mediante un laborioso trabajo aritmético es posible llegar a:

$$E_0(a) = \left\{ \frac{(1-2v_0)b}{C \cdot a^2 \cdot (1-J) + D(b^4 - J \cdot a^3 b)} \right\} \cdot E_1 \quad (45)$$

con:

$$C = \frac{(1+v_1)ab}{2(b^3-a^3)} \quad (46)$$

$$D = \frac{(1-2v_1)}{(b^3-a^3)} \quad (47)$$

$$J = \frac{Cb^2 + Db^3 a}{E_1 / E_2 F + Cb^2 + Da^4} \quad (48)$$

$$F = (1-2v_2)a \quad (49)$$

En la ecuación (45) es posible observar que el módulo elástico del medio equivalente  $E_0(a)$  no es solamente dependiente de las propiedades elásticas de los componentes ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $v_0$ ,  $v_1$  y  $v_2$ ) sino también del tamaño del agregado y del espesor del mástico asfáltico.

Conocidas las propiedades elásticas del agregado y el mástico, la dimensión del agregado y el espesor del mástico, el módulo elástico de la mezcla asfáltica como medio equivalente puede ser



calculado con la ecuación (45).

Para su aplicación al caso real de una mezcla asfáltica compuesta con agregados de una dada distribución granulométrica, contenido volumétrico de ligante y vacíos es necesario realizar una serie de consideraciones como se describe a continuación.

## 5.2 Consideraciones para una mezcla asfáltica real

### 5.2.1 Consideraciones sobre la granulometría

Dado que cada agregado pétreo con sus dimensiones y propiedades elásticas contribuye al módulo elástico del medio compuesto equivalente, se ha considerado que las partículas de tamaño menor a 0.075 mm (pasante #200) forman con el ligante el mástico asfáltico.

A partir de la información granulométrica disponible se ha considerado que los agregados pétreos son perfectamente esféricos y se han interpolado tamaños intermedios de manera que la distribución real continua ha sido discretizada en 17 tamaños como se muestra en la Figura 13 y en la Tabla 1.

La granulometría real resulta dividida en estos 17 grupos en los que las partículas que ellos contienen, poseen una dimensión única correspondiente a su diámetro medio.

La ecuación (45) permite la estimación del módulo elástico  $E_0(a)$  para una dada dimensión del agregado pero dada la distribución granulométrica real, cada grupo granulométrico contribuye al módulo elástico de la mezcla asfáltica y entonces se ha adoptado que el valor final de  $E_0(a)$  para la mezcla asfáltica real resulta del aporte proporcional de cada categoría dimensional del agregado pétreo de acuerdo a su concentración en volumen de la forma:

$$E_0(a) = \sum_{i=1}^{17} (E_0(a_i) \cdot v_i) \quad (50)$$

donde:

$E_0(a_i)$  : módulo elástico del medio equivalente para el agregado de radio  $a_i$

$v_i$  : porcentaje en volumen de agregados de tamaño  $a_i$

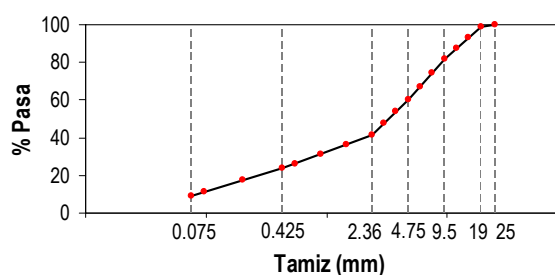


Figura 13 Interpolación granulométrica

Tabla 1 Discretización granulométrica

Nº	Abertura del tamiz que pasa (mm)	Abertura del tamiz que retiene (mm)	Diámetro medio (mm)
1	25	19	22.0
2	19	15.1	17.0
3	15.1	12.0	13.5
4	12.0	9.5	10.7
5	9.5	7.5	8.5
6	7.5	6.0	6.8
7	6.0	4.75	5.37
8	4.75	3.76	4.26
9	3.76	2.98	3.37
10	2.98	2.36	2.67
11	2.36	1.45	1.90
12	1.45	0.89	1.17
13	0.89	0.54	0.71
14	0.54	0.425	0.484
15	0.425	0.202	0.314
16	0.202	0.096	0.149
17	0.096	0.075	0.086

Las mezclas incluidas en la base de datos utilizadas en la validación del modelo como se describe más adelante, han sido formuladas en su totalidad con agregado graníticos por lo que simplifadamente se ha considerado que todas las partículas minerales poseen la misma densidad aparente y entonces, la distribución granulométrica en peso resulta equivalente en volumen.

### 5.2.2 Consideraciones sobre el módulo elástico del mástico

El mástico asfáltico se ha considerado compuesto por el ligante asfáltico y la totalidad de las partículas minerales de tamaño menor a 0.075 mm (filler) por lo que la concentración en volumen de filler respecto al mástico resulta:

$$\phi_f = \frac{V_f}{V_f + V_b} \quad (51)$$

con:

V<sub>f</sub> : volumen de agregados de tamaño menor a 0.075 mm (volumen de filler)

V<sub>b</sub> : volumen de ligante asfáltico

Si bien los ligantes asfálticos y los másticos tienen un comportamiento marcadamente viscoelástico, se ha adoptado como simplificación que las propiedades de los materiales asfálticos a una temperatura y una frecuencia fijas son de carácter elástico de tal manera que la rigidez (“stiffness”) del asfalto S<sub>bit</sub> es equivalente a su módulo elástico E<sub>bit</sub> para esas condiciones de sollicitación<sup>[26, 27]</sup>.

Para la estimación del módulo elástico del mástico asfáltico E<sub>1</sub> se han utilizado las ecuaciones (27) a (29) correspondientes al Esquema Auto-Consistente Generalizado habiéndose adoptado para la

relación de Poisson del ligante  $\nu_{bit} = 0.45$  y para el mástico  $\nu_1 = 0.40$  resultando entonces:

$$E_1 = \left( \frac{G_c}{G_m} \right) S_{bit} \frac{(1 + \nu_1)}{(1 + \nu_{bit})} \quad (52)$$

con:

$G_c$  : módulo de corte del mástico

$G_m$  : módulo de corte del ligante

La rigidez del ligante asfáltico  $S_{bit}$  ha sido estimada con el nomograma de Van der Poel <sup>[36]</sup> para las mismas condiciones de temperaturas y frecuencias y conociendo las características físicas del ligante a través de la Penetración a la temperatura de 25 °C ( $Pen_{25}$ ), la temperatura de equiviscosidad para la cual la penetración es 800 1/10mm ( $T_{800pen}$ ) y el Índice de Penetración  $I_p$  del asfalto.

De una manera convencional, el valor de  $T_{800pen}$  ha sido reemplazado por la temperatura del Punto de Ablandamiento ( $T_{a\&b}$ ) con suficiente aproximación para asfaltos convencionales <sup>[37]</sup>.

### 5.2.3 Consideraciones sobre el espesor del mástico asfáltico

El concepto de un espesor promedio del film de ligante asfáltico se remonta al método Hveem de diseño de mezclas asfálticas asumiendo que en general un espesor entre 8 y 15  $\mu m$  es capaz de proveer un aceptable desempeño mecánico y de durabilidad. En este caso, el espesor promedio es calculado a partir del contenido de asfalto y del porcentaje y superficie específica del conjunto de agregados.

Otra formulación empírica utilizada en Francia <sup>[38]</sup> proporciona una aproximación al espesor del film asfáltico como:

$$T = \frac{b}{a \cdot \sqrt[5]{S}} \quad (53)$$

con:

$T$  : espesor estimado del film de asfalto en mm

$a$  : factor de corrección dependiente de la densidad de los agregados

$b$  : contenido en peso de ligante

$S$  : estimación de la superficie específica de los agregados

Hveem consideró que el espesor del film asfáltico decrece cuando el diámetro de las partículas también decrece. Por el contrario, Kandhal et al. <sup>[39]</sup> concluyen que las partículas más finas están cubiertas por un film de mayor espesor comparado al de las partículas más gruesas e inclusive, que muchas de las partículas más finas están directamente embebidas en el mortero asfáltico. Anderson y

Bahia <sup>[40]</sup> consideran que el concepto de film asfáltico recubriendo las partículas es erróneo y que el mismo no existe realmente mostrando que el concepto de "espesor del film" no está adecuadamente definido <sup>[41]</sup>.

Para el modelo que se desarrolla se ha supuesto simplídicamente que cada partícula del agregado de tamaño mayor a 0.075 mm está cubierta por una película esférica de mástico asfáltico de espesor constante. Este espesor es calculado a partir del contenido volumétrico de mástico y la distribución granulométrica de los agregados en las 17 fracciones en que se ha dividido la fracción pétreo.

#### 5.2.4 Consideraciones sobre las propiedades elásticas del agregado pétreo

Para los agregados pétreos graníticos el módulo  $E_2$  puede variar en un entorno entre 20000 y 60000 MPa y una relación de Poisson  $\nu_2 = 0.25$  <sup>[42]</sup> por lo que por un criterio simplifcativo se ha adoptado un valor único de  $E_2 = 50000$  MPa.

#### 5.2.5 Consideraciones sobre los vacíos de la mezcla asfáltica

La mayoría de los modelos empíricos propuestos por diversos autores en la bibliografía analizada no consideran la influencia de los vacíos o bien, la toman en cuenta a partir de su contenido volumétrico total.

Para el modelo que se propone se ha procedido de una manera diferente considerando a los vacíos como burbujas esféricas embebidas en un material compuesto sin vacíos. Para ello se ha procedido aplicando un proceso de cálculo en dos pasos: en el primero de ellos se estiman las propiedades efectivas del medio equivalente mediante las ecuaciones (45) a (49) que corresponden a la mezcla asfáltica sin vacíos; en la segunda parte, se asume al medio equivalente envolviendo a las burbujas de aire para obtener un nuevo módulo elástico de un material compuesto conformado por la mezcla asfáltica y sus vacíos como se muestra en el Figura 14.

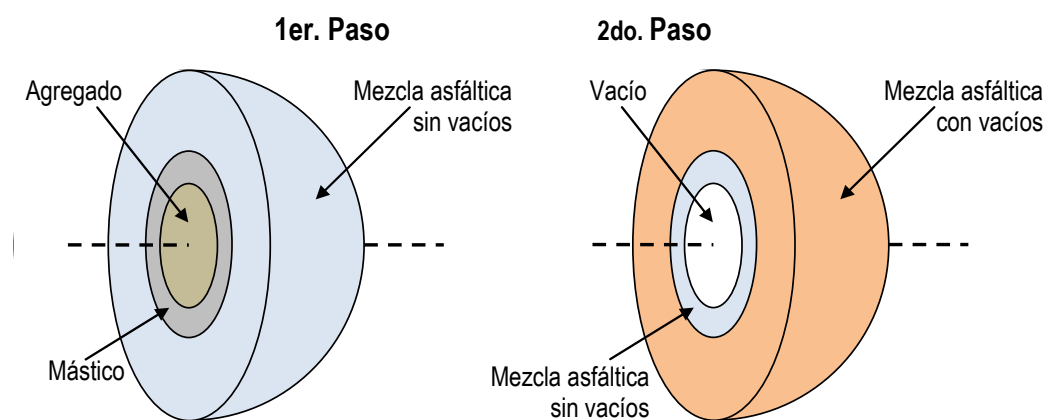


Figura 14 Consideración de los vacíos de la mezcla

En este segundo paso se asume que el módulo elástico de los vacíos es nulo y en consecuencia, las ecuaciones (45) a (49) se modifican como:

$$E_0 = \left\{ \frac{(1-2\nu_0)b_1}{C_1 \cdot a_1^2 \cdot (1-J_1) + D_1(b_1^4 - J_1 \cdot a_1^3 b_1)} \right\} \cdot E_0(a) \quad (54)$$

$$C_1 = \frac{(1+\nu_0)a_1 b_1}{2(b_1^3 - a_1^3)} \quad (55)$$

$$D_1 = \frac{(1-2\nu_0)}{(b_1^3 - a_1^3)} \quad (56)$$

$$J_1 = \frac{Cb_1^2 + Db_1^3 a_1}{Cb_1^2 + Da_1^4} \quad (57)$$

con:

$a_1$  : radio del vacío esférico de aire

$b_1$  : radio del vacío esférico de aire recubierto de la mezcla asfáltica sin vacíos

$E_0(a)$  : módulo elástico de la mezcla asfáltica sin vacíos

$E_0$  : módulo elástico de la mezcla asfáltica con vacíos

Para poder aplicar estas ecuaciones se necesita conocer el diámetro de los poros de aire  $b_1$  de igual manera que para la mezcla asfáltica sin considerar los vacíos, fue necesario establecer la distribución de diámetros de los distintos agregados pétreos.

Castelblanco <sup>[43]</sup> ha utilizado técnicas de tomografía computada de rayos X y análisis de imágenes de mezclas asfálticas mostrando que los vacíos de aire tienen una distribución de tamaños aleatoria variando entre una dimensión mínima y una máxima que puede ser descripta mediante una función probabilística de Weibull.

En esa tesis se presentan resultados de distintas mezclas asfálticas formuladas con distintos tamaños máximos de agregados, métodos de compactación de las muestras utilizadas y contenidos totales de vacíos. Si esos resultados son considerados válidos, el análisis de los mismos permite establecer un tamaño medio  $D_m$  de los poros de cada mezcla como el diámetro del poro que permitiría pasar el 50% de los vacíos existentes como se muestra en la Figura 15 para una de las mezclas informadas por Castelblanco tomada como ejemplo.

Entonces, continuando con un análisis de esos mismos resultados, es posible observar que existe una correlación entre el diámetro medio de los poros vacíos  $D_m$  y el contenido total de vacíos  $V_a$  que es independiente del tamaño máximo de los agregados de la mezcla y del método de compactación empleado para preparar las probetas como se presenta en el Figura 16.

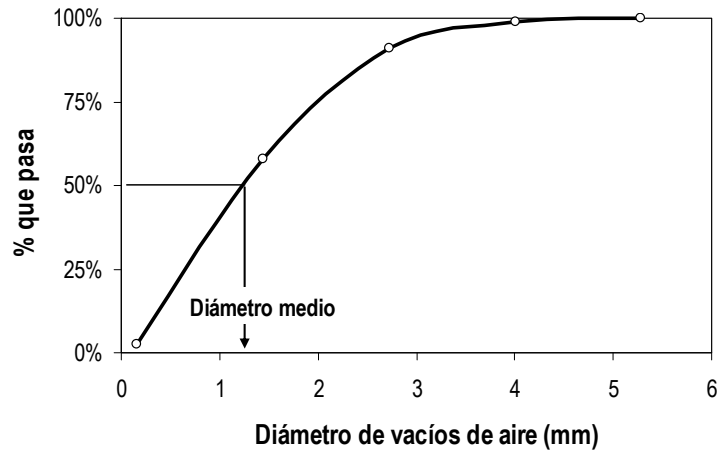


Figura 15 Definición del diámetro medio de los vacíos

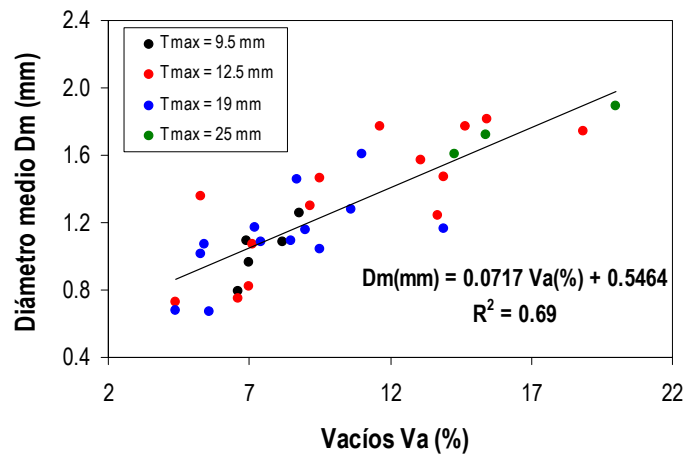


Figura 16 Relación entre el contenido total y el diámetro medio de los vacíos

Esta relación resulta:

$$Dm = 0.0717.Va(\%) + 0.5464 \quad (58)$$

con:

$Dm$  : diámetro medio de los poros de aire (mm) ( $Dm = 2.a_1$ )

$Va$  : contenido total de vacíos (%)

Tanto para la mezcla asfáltica sin vacíos como con vacíos, se ha adoptado simplídicamente un valor de la relación de Poisson  $\nu_0 = 0.45$ .

Dado que el volumen de los vacíos más los de la mezcla asfáltica sin vacíos debe totalizar el 100% y se ha asumido que todos los vacíos tiene un tamaño uniforme igual a  $Dm$ , el espesor necesario de la capa esférica de mezcla asfáltica sin vacíos  $t_1 = b_1 - a_1$  resulta:

$$t_1 = \frac{a_1}{\sqrt[3]{(Va/100)}} - a_1 \quad (59)$$

### 5.3 Validación del modelo desarrollado

#### *5.3.1 Configuración de una base de datos de mezclas típicas usadas en Argentina*

Con el objeto de disponer de un importante conjunto de datos experimentales a ser utilizados en el desarrollo y calibración del modelo micromecánico propuesto, se han determinado los módulos dinámicos de 50 mezclas asfálticas de diferentes formulaciones utilizadas tanto para las capas de superficie como de base y que se pueden clasificar de manera genérica como concretos asfálticos densos con cementos asfálticos convencionales.

Estas 50 mezclas a su vez pueden dividirse en dos conjuntos: aquellas mezclas obtenidas por calado de pavimentos existentes (Conjunto de probetas caladas C comprendiendo 42 mezclas) y mezclas moldeadas en laboratorio (Conjunto de probetas moldeadas M con 8 mezclas). Las probetas caladas han sido obtenidas de 17 secciones diferentes de pavimentos asfálticos construidos en Argentina. En estas secciones, se seleccionaron 33 localizaciones donde se tomaron seis muestras abarcando en algunos casos la mezcla de carpeta y en otros, carpeta y base. Dos de estas muestras se utilizaron para la determinación del módulo dinámico con la metodología de tracción indirecta con cargas sinusoidales.

Los otros cuatro testigos han sido utilizados en el laboratorio para la determinación de las propiedades volumétricas de cada mezcla, las propiedades del cemento asfáltico recuperado (viscosidad a diferentes temperaturas, penetración y punto de ablandamiento), y la granulometría de los agregados pétreos.

El mismo procedimiento ha sido empleado para las mezclas moldeadas en laboratorio donde se compactaron 6 probetas: dos de ellas reservadas para el ensayo de  $|E^*|$  y las otras cuatro para determinar las mismas propiedades de las mezclas y sus componentes. Toda esa información ha sido integrada en una base de datos abarcando un amplio rango de variación de estas propiedades básicas que involucran la Viscosidad a 60 °C (Visc), la Penetración (Pen) y el Punto de Ablandamiento (Ta&b) del cemento asfáltico presente en las mezclas, el contenido Volumétrico de Ligante (Vb), el Contenido de Vacíos de aire (Va), los Vacíos del Agregado Mineral (VAM), la Relación Betún-Vacíos (RBV) y los porcentajes Pasantes por distintos tamices para la Granulometría de los agregados pétreos recuperados (3/4, 3/8, N°4, N°8, N°40, N°200) como se muestra en la Tabla 2.

Los valores experimentales de las dos muestras procedentes de la misma localización o las dos probetas gemelas moldeadas en el laboratorio se utilizaron para construir las curvas maestras del módulo dinámico para ajustar los datos experimentales a una función Logística Sigmoidal Simétrica

con coeficientes de traslación de la ecuación de Arrhenius y aplicar esas curvas para promediar los valores individuales del módulo dinámico de la mezcla a la misma temperatura y frecuencia utilizada experimentalmente.

En definitiva, la base de datos contiene 1000 valores experimentales de  $|E^*|$  (50 mezclas, 4 temperaturas y 5 frecuencias).

Tabla 2 Rango de variación de datos disponibles

Propiedad	Parámetro	Valores en la base de datos				
		Máximo	Mínimo	Promedio	Desv. Std.	CDV (%)
Ligante asfáltico	Visc (Poises)	14071	2652	6812	2358	34.6
	Pen (1/10 mm)	69.0	26.9	42.9	9.5	22.1
	Ta&b (°C)	63.0	49.0	59.1	3.0	5.0
Volumétricas de la mezcla asfáltica	Vb (%)	14.22	10.00	12.48	0.88	7.1
	Va (%)	10.00	0.60	4.06	1.73	42.7
	VAM %	22.07	11.67	16.54	1.70	10.3
	RBV %	94.86	54.69	76.07	8.10	10.6
Granulométricas de los agregados	#3/4 (%)	100.0	90.7	97.4	2.5	2.5
	#3/8 (%)	84.3	59.7	75.9	5.7	7.5
	#4 (%)	68.1	46.7	59.7	4.8	8.1
	#8 (%)	51.7	34.6	43.4	4.0	9.2
	#40 (%)	29.3	17.8	24.4	2.7	11.2
	#200 (%)	10.7	4.5	7.6	1.1	15.0

### 5.3.2 Aplicación del modelo

El modelo desarrollado ha sido aplicado sistemáticamente a todas las mezclas asfálticas incluidas en la base de datos conformada cuya descripción se realizó anteriormente mediante la construcción de una hoja de cálculo Excel.

El procedimiento secuencial seguido ha sido:

1. Determinación de los contenidos volumétricos de filler y mástico a partir del contenido de ligante Vb y el volumen de filler (pasante por el tamiz de  $0.075 \mu\text{m}$ ).
2. Determinación de la concentración de filler en mástico  $\phi_f$ .
3. Estimación del módulo elástico del mástico a partir de la concentración de filler en mástico y el módulo elástico del ligante Sbit.



4. Discretización de la granulometría de los agregados de tamaño mayor a  $0.075 \mu\text{m}$  en 17 grupos dimensionales y determinación del diámetro medio de las partículas esféricas de cada grupo.
5. Estimación del espesor uniforme de mástico (b-a) que recubre a los agregados pétreos.
6. Estimación del módulo elástico del medio equivalente homogéneo para cada grupo dimensional de agregados  $E_0(a_i)$  (ecuaciones 45 a 49)
7. Ponderación volumétrica de la contribución de cada grupo dimensional de agregados al módulo elástico total  $E_0(a)$  de la mezcla asfáltica sin considerar los vacíos de aire
8. Estimación del diámetro medio de los poros de aire y del espesor de la mezcla asfáltica sin vacíos que los recubren
9. Estimación final del módulo elástico de la mezcla asfáltica con vacíos  $E_0$

### 5.3.2 Comparación de resultados estimados mediante el modelo desarrollado y medidos experimentalmente

La Figura 17 muestra la comparación de los resultados estimados mediante el modelo que se ha desarrollado y los medidos experimentalmente para cada condición de temperatura y frecuencia de sollicitación de las 50 mezclas incluidas en la base de datos (1000 puntos de comparación) en un espacio bi-logarítmico.

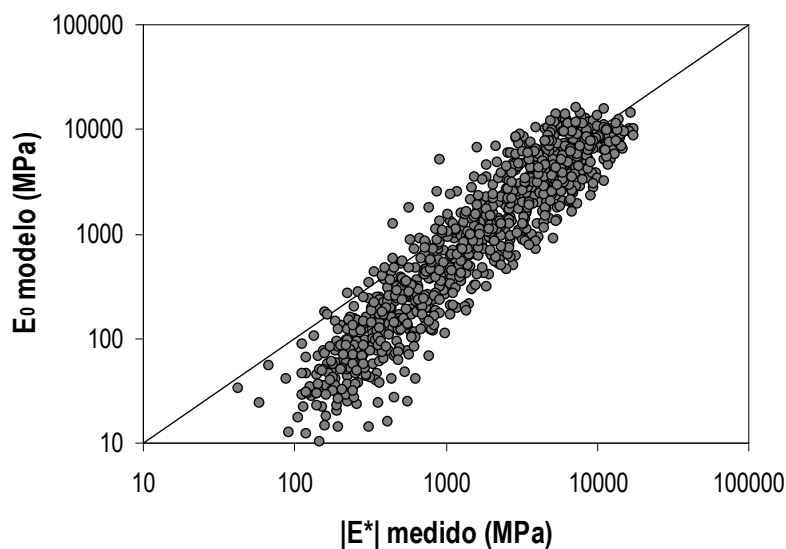


Figura 17 Comparación de módulos medidos y estimados por el modelo

La evaluación visual y cualitativa muestra que la distribución de los puntos de comparación es muy similar a las obtenidas con otros procedimientos y modelos evaluados en trabajos anteriores. Al igual

que con algunos de esos casos, el modelo desarrollado en este trabajo resulta adecuado para aquellos valores más altos del módulo elástico y tiende a subvalorar aquellos más bajos.

Los valores elevados del módulo elástico corresponden a temperaturas bajas o altas frecuencias donde el mástico asfáltico presenta elevada rigidez inmovilizando a las partículas del agregado pétreo y siendo en consecuencia éste, el mayor responsable de la respuesta mecánica.

Por el contrario, los bajos valores del módulo elástico corresponden a las altas temperaturas o las bajas frecuencias de sollicitación donde la menor rigidez del asfalto permite el desarrollo del aporte friccional por trabazón de los granos minerales como mayor responsable de la respuesta mecánica de la mezcla asfáltica en esas condiciones.

Dado que el modelo desarrollado no toma en cuenta este aporte friccional con las partículas minerales rodeadas del mástico asfáltico sin contacto entre ellas, este comportamiento observado resulta en consecuencia lógico.

La bondad del ajuste entre valores medidos y estimados ha sido evaluada mediante el cociente  $Se/Sy$  y el coeficiente  $R^2$  de acuerdo a un criterio de clasificación propuesto por Witczak et al. <sup>[44]</sup> y adoptado por varios investigadores <sup>[45, 46, 47]</sup>, como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3 Criterio estadístico de bondad de ajuste

<b>Criterio</b>	<b><math>R^2</math></b>	<b><math>Se/Sy</math></b>
Excelente	$\geq 0.90$	$\leq 0.35$
Bueno	0.70 – 0.89	0.36 – 0.55
Adecuado	0.40 – 0.69	0.56 – 0.75
Pobre	0.20 – 0.39	0.76 – 0.89
Muy Pobre	$\leq 0.19$	$\geq 0.90$

El coeficiente de correlación  $R^2$  es una medida de la precisión de la regresión, que será mejor cuanto más cercano sea el valor de  $R^2$  a la unidad. La proporción  $Se/Sy$  es una medida de la mejora en la calidad de la comparación respecto a la ecuación de regresión. Cuanto menor sea la relación  $Se/Sy$  (más cercana a cero) mejor es la bondad de la comparación ya que una mayor dispersión de los valores medidos experimentales pueden ser comparados favorablemente con una menor dispersión en los valores estimados.

La valoración de la aptitud del modelo desarrollado para estimar el módulo elástico de la mezcla ha sido realizada utilizando estos criterios como se muestra en la Tabla 4 variando entre Adecuado/Bueno para el espacio aritmético y Bueno/Bueno para el espacio bi-logarítmico.

Tabla 4 Evaluación de la bondad del ajuste entre valores medidos y estimados

Espacio	R <sup>2</sup>	Se	Se/Sy	Evaluación
Aritmético	0.67	1840	0.55	Adecuado/Bueno
Bi-Logarítmico	0.87	0.276	0.48	Bueno/Bueno

## 6. Introducción de un factor de ajuste empírico

En las hipótesis planteadas para el desarrollo de este modelo de estimación se consideró introducir factores de ajuste o calibración de naturaleza empírica que permitan salvar la aparente contradicción entre la sencillez del modelo y la complejidad del comportamiento mecánico de las mezclas asfálticas.

Las mayores discrepancias entre valores medidos y estimados resultan en el rango de los bajos valores de módulo dinámico habiéndose atribuido estas diferencias a la incapacidad del modelo de capturar el aporte friccional de los agregados pétreos. Los bajos valores de módulo dinámico resultan en condiciones de temperaturas más altas o frecuencias más bajas o de una manera equivalente, para bajos valores del módulo de rigidez del ligante Sbit. Por otro lado, el desarrollo de esa resistencia friccional se verá favorecida cuanto mayor sea la concentración de agregados pétreos y su granulometría por lo que finalmente se ha considerado introducir un factor de ajuste Fc dependiente de la rigidez del ligante asfáltico y el contenido relativo de agregados pétreos de la forma:

$$F_c = \left( k_1 \cdot \frac{V_g}{V_g + V_b} + k_2 \right) \cdot S_{bit}^{k_3} + k_4 \quad (60)$$

con:

Fc : factor de ajuste

k<sub>1</sub> - k<sub>4</sub> : coeficientes de correlación

Vg : contenido volumétrico de agregados

Vb : contenido volumétrico de ligante

Estos coeficientes k<sub>1</sub> a k<sub>4</sub> se han determinado mediante la función Solver en la hoja de cálculo Excel minimizando la suma de los cuadrados de los errores de los valores experimentales y los del modelo ajustado |E\*|(en espacio, bi-logarítmico).

La expresión final resulta:

$$|E^*| = E_0 \cdot F_c = E_0 \cdot \left[ \left( -33.313 \cdot \frac{V_g}{V_g + V_b} + 31.321 \right) \cdot S_{bit}^{-0.179} + 89.157 \right] \quad (61)$$

La Figura 18 muestra la comparación entre valores medidos y estimados con el ajuste empírico propuesto en tanto que la Tabla 5 presenta la evaluación de la bondad de esa estimación.

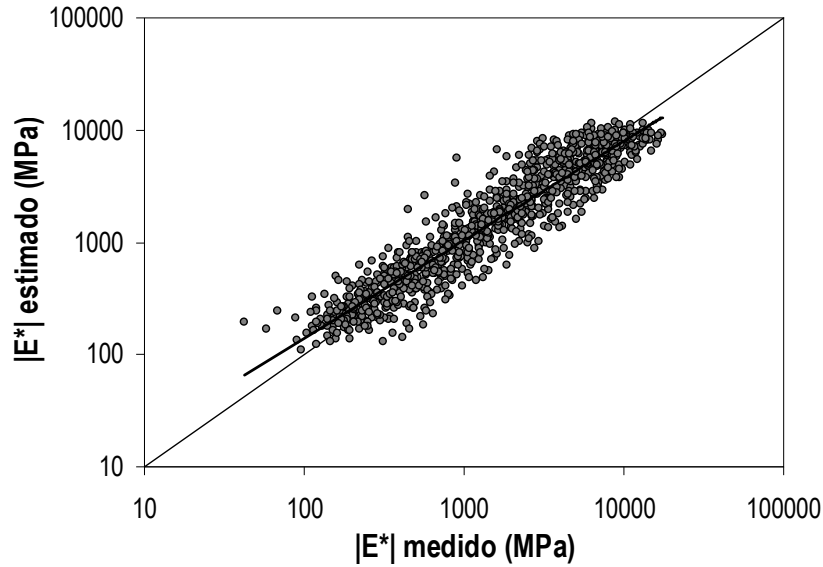


Figura 18 Comparación de módulos medidos y estimados ajustados por el modelo

Tabla 5 Evaluación de la bondad del ajuste del modelo ajustado

Espacio	R <sup>2</sup>	Se	Se/Sy	Evaluación
Aritmético	0.74	1444	0.43	Bueno/Bueno
Bi-Logarítmico	0.88	0.184	0.32	Bueno/Excelente

El modelo ajustado presenta una distribución más homogénea alrededor de la línea de igualdad sin un sesgo apreciable con un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.88$ . La valoración de la aptitud del modelo resulta Bueno/Bueno para el espacio aritmético y Bueno/Excelente para el espacio bi-logarítmico.

Particularmente se destaca:

- que este modelo de estimación del módulo dinámico de las mezclas asfálticas es de base racional sustentado por los principios de la micromecánica, de relativa sencillez, en un esquema teórico conceptualmente válido en el marco de la Mecánica Aplicada para el que la información experimental con que debe alimentarse para obtener la estimación buscada resulta de ensayos convencionalmente disponibles en nuestro país.
- que el mismo sólo requiere conocer las características generales de la mezcla habitualmente determinadas durante la formulación de la misma correspondientes a la granulometría de los agregados, la densidad Marshall, el porcentaje de vacíos y el porcentaje, penetración y punto de ablandamiento del asfalto para obtener una estimación suficientemente confiable para ser aplicada en el diseño de pavimentos flexibles.

Del análisis de los resultados obtenidos, es posible concluir que el modelo desarrollado produce resultados del módulo dinámico suficientemente confiables y adecuados para las mezclas asfálticas usadas típicamente en Argentina aplicables en procedimientos de diseño empírico-mecanísticos de pavimentos.

## 7. Análisis de sensibilidad del modelo desarrollado

A los efectos de verificar la sensibilidad del modelo desarrollado para describir el fenómeno experimental observado y la influencia de aquellos parámetros que se han adoptado simplificadamente (módulo elástico de los agregados y relaciones de Poisson de los distintos componentes) se ha seleccionado de la base de datos una mezcla asfáltica que satisface los requerimientos volumétricos y de granulometría establecidos por la Dirección Nacional de Vialidad de la Argentina para mezclas de carpeta asfáltica en caliente.

La mezcla elegida es la identificada con el número 168 cuyas características se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6 Características de la mezcla seleccionada

Propiedades volumétricas	Densidad Marshall (g/cm <sup>3</sup> )	2.406
	% Vacíos	4.22
	% Asfalto en peso	5.29
	Vacíos del Agregado Mineral (%)	16.95
	Relación Betún/Vacíos (%)	75.10
Granulometría (% que pasa)	#3/4	99.0
	#3/8	73.7
	#4	59.2
	#8	44.3
	#40	26.4
	#200	7.0
Propiedades del ligante	Ta&b (°C)	60.1
	Penetración a 25°C (1/10 mm)	40.4

La Figura 19 muestra la curva maestra de variación de  $|E^*|$  respecto a la frecuencia a la temperatura de referencia de 25 °C para los valores estimados por el modelo desarrollado en tanto que la Figura 20 hace lo propio para la variación de  $|E^*|$  respecto a la temperatura para la frecuencia de referencia de 10 Hz. Comparativamente sobre ambas figuras se presentan las curvas maestras correspondientes a los valores experimentales.

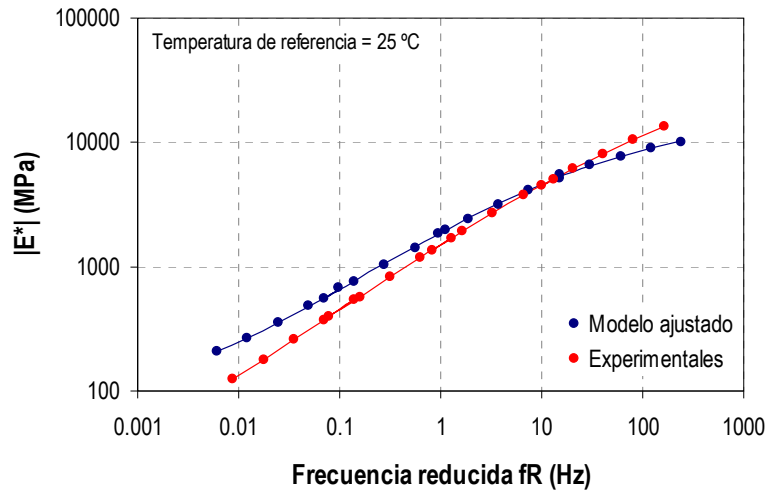


Figura 19 Curva maestra en función de la frecuencia para los valores estimados

Se observa que el modelo resulta adecuado para describir el comportamiento de la mezcla asfáltica estimando mayores valores del módulo dinámico para las altas frecuencias y las bajas temperaturas y menores valores para las bajas frecuencias y las altas temperaturas con trazados muy similares a los resultantes para los valores experimentales.

La Figura 21 muestra la influencia del módulo elástico de los agregados  $E_2$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados para  $E_2 = 20000$  y  $80000$  MPa respecto al valor  $E_2 = 50000$  MPa adoptado en el desarrollo del modelo. La variación considerada produce las mayores diferencias para los valores altos de  $|E^*|$  alcanzando un máximo del 42% para el valor de  $E_2 = 20000$  MPa a  $10$  °C y  $4$  Hz.

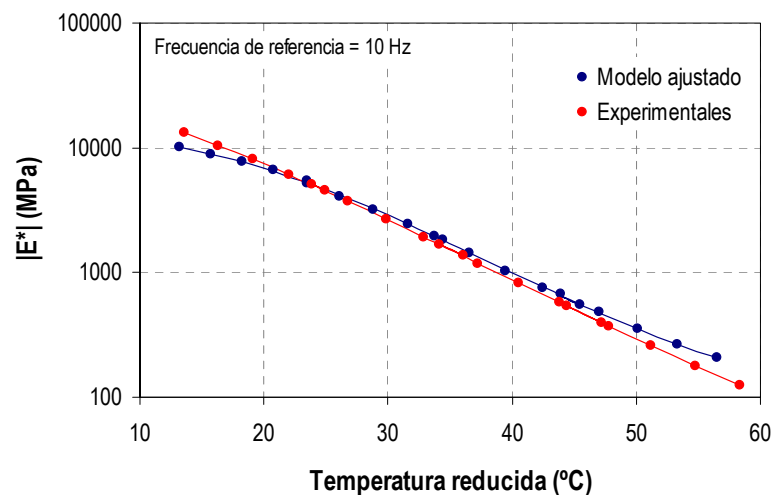


Figura 20 Curva maestra en función de la temperatura para los valores estimados

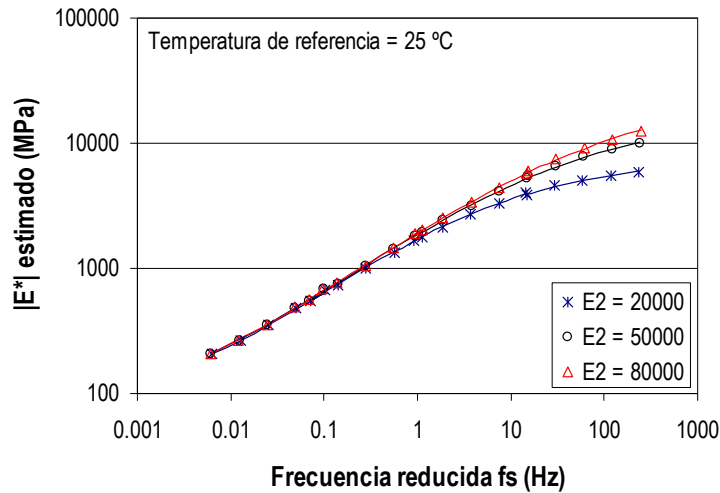


Figura 21 Influencia de  $E_2$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados

La Figura 22 muestra la influencia de la relación de Poisson de los agregados  $\nu_2$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados para  $\nu_2 = 0.15$  y  $0.25$  respecto al valor  $\nu_2 = 0.25$  adoptado en el desarrollo del modelo. La variación considerada no produce diferencias notables alcanzando sólo un máximo del 9% para el valor de  $\nu_2 = 0.15$  a  $10^\circ\text{C}$  y  $4\text{ Hz}$ .

De igual manera la Figura 23 muestra la influencia de la relación de Poisson del ligante asfáltico  $\nu_{\text{bit}}$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados para  $\nu_{\text{bit}} = 0.40$  y  $0.50$  respecto al valor  $\nu_{\text{bit}} = 0.45$  adoptado en el desarrollo del modelo. La variación considerada tampoco produce diferencias notables alcanzando sólo un máximo del 8% para el valor de  $\nu_{\text{bit}} = 0.50$  en el rango de los valores medidos a  $20, 30$  y  $40^\circ\text{C}$  y para todas las frecuencias.

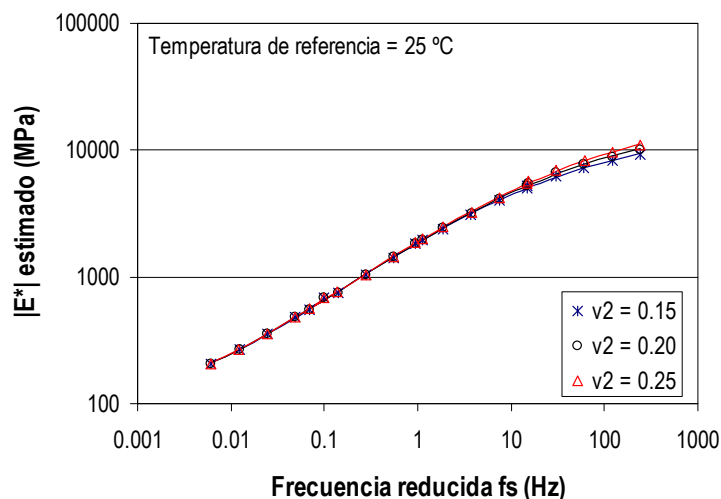


Figura 22 Influencia de  $\nu_2$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados

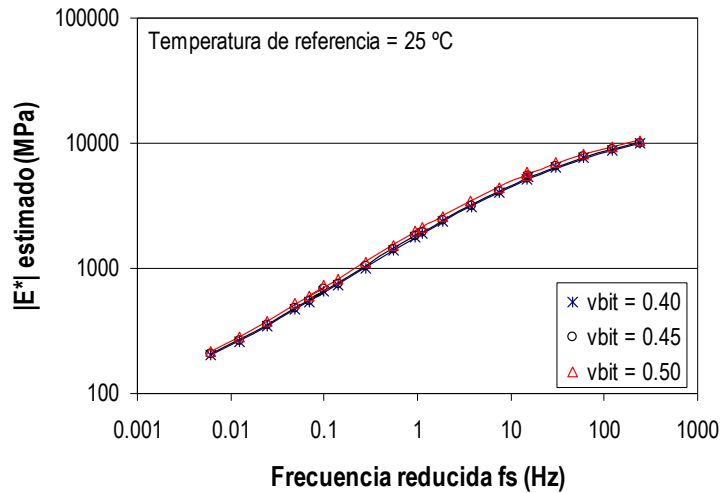


Figura 23 Influencia de  $v_{bit}$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados

La influencia de la relación de Poisson del mástico asfáltico  $v_1$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados se presenta en la Figura 24 para  $v_1 = 0.35$  y  $0.45$  respecto al valor  $v_1 = 0.40$  adoptado en el desarrollo del modelo. La variación considerada resulta en diferencias importantes con discrepancias aproximadas al 25 % para todas las frecuencias y temperaturas y  $v_1 = 0.35$  hasta valores del 70 % también para todas las frecuencias y temperaturas y  $v_1 = 0.45$ .

Finalmente la Figura 25 muestra la influencia de la relación de Poisson de la mezcla asfáltica  $v_0$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados para  $v_0 = 0.30$  y  $0.40$  respecto al valor  $v_0 = 0.35$  adoptado en el desarrollo del modelo. La variación considerada tampoco produce diferencias del orden del 30 % para ambos casos considerados y para todas las temperaturas y frecuencias.

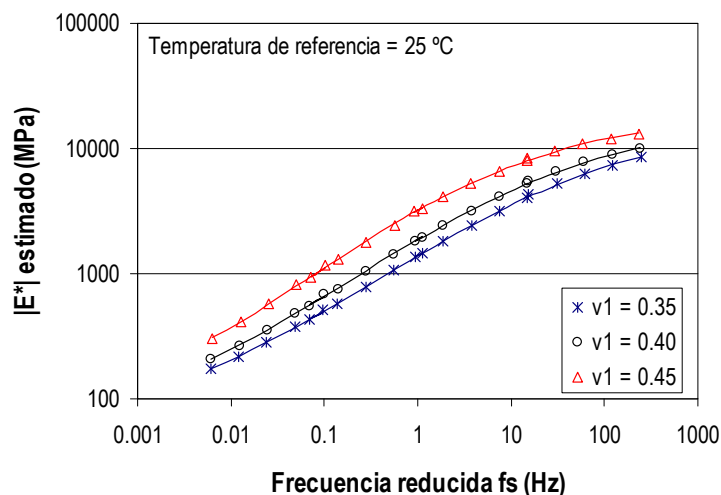


Figura 24 Influencia de  $v_1$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados



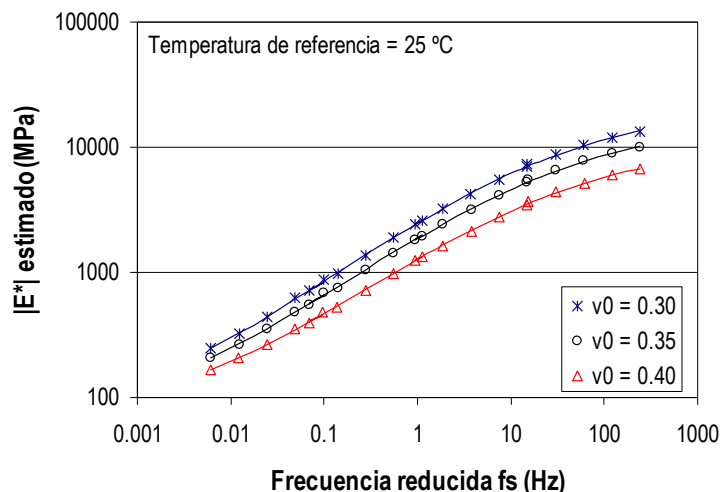


Figura 25 Influencia de  $\nu_0$  sobre los valores de  $|E^*|$  estimados

Estas diferencias podrían acotarse si en vez de adoptar simplícidamente valores típicos para los parámetros considerados previamente se produjera una calibración del modelo final mediante la minimización de los errores resultantes entre los valores medidos experimentalmente y estimados por el modelo utilizando la totalidad de los resultados incluidos en la base de datos.

## 8. Desarrollo de una aplicación para el cálculo expeditivo de $|E^*|$

Con el objeto de posibilitar la utilización del modelo desarrollado de una manera práctica para la obtención de resultados aplicables al diseño de pavimentos mediante principios mecanicistas, se ha desarrollado una aplicación a través de una hoja de cálculo Excel cuya interfase se muestra en la Figura 26.

Las áreas sombreadas en amarillo son las que deben modificarse para conseguir los resultados estimados.

En el área de entrada de datos se ingresan los datos volumétricos de la mezcla, la granulometría de la misma y las propiedades del ligante asfáltico. Se verifica que estos datos están dentro del rango de valores cubierto por la base de datos empleada para el ajuste del modelo. Los valores estimados por el modelo para las condiciones de temperatura y frecuencia usadas experimentalmente se presentan en el área de Valores estimados.

Ejecutando la función Solver incorporada en Excel, se realiza el ajuste de la curva maestra de variación de  $|E^*|$  en función de la frecuencia usando el modelo sigmoideal simétrico y la ecuación de Arrhenius. Los parámetros resultantes se muestran en el área de Parámetros de las curvas maestras. En la parte inferior derecha de la interfase se muestran las curvas maestras isócrona e isoterma resultantes que quedan definidas por los valores mostrados en el área Valores de las curvas maestras.

Por último, un área adicional permite estimar el valor de  $|E^*|$  para una única combinación de frecuencia y temperatura seleccionada arbitrariamente.

Esta aplicación puede ser descargada libre y gratuitamente del enlace:

<https://drive.google.com/file/d/0B4JAINz2vNyDdi1RSFZjYlJhdFE/view?usp=sharing>.

La comparación de ventajas e inconvenientes del modelo desarrollado respecto a otros métodos de estimación analizados muestra que la principal ventaja es su carácter racional basado en principios básicos de la mecánica que lo hace aplicable a todo tipo de mezclas asfálticas incluyendo aquellas que presentan particularidades respecto a su formulación como son las del tipo SMA o drenantes. Como se ha manifestado anteriormente, la mayor parte de los procedimientos o ecuaciones de predicción evaluados en trabajos anteriores resultan de un análisis de correlación y han sido ajustados y modificados progresivamente a medida que se disponía de mayor información en bases de datos experimentales. Por tratarse de un ajuste de coeficientes de regresión, los resultados obtenidos dependen de la información utilizada y también dependiente de los valores iniciales "semilla" por lo que es posible obtener coeficientes diferentes para un mismo mínimo de la suma de errores cuadráticos.

Por el contrario, el mayor inconveniente del modelo desarrollado es su complejidad operacional respecto a una simple ecuación como en la mayoría de los métodos de estimación analizados que sin embargo puede ser salvada a partir de una hoja de cálculo simple como se ha hecho en la aplicación para el cálculo expeditivo de  $|E^*|$ .

**Estimación de  $E^*$  mediante un modelo micromecánico**

**Entrada de datos**

Datos de Entrada	
Densidad Marshall (g/cm <sup>3</sup> )	2.406
% Vacíos volumétricos	4.22
% Asfalto	5.29
Granulometría (%)	
#3/4	99.0
#3/8	73.7
#4	59.2
#8	44.3
#16	26.4
#30	7.0
#60	60.1
#125	40.4

**Verificación de datos**

Mínimo	Máximo	Verificación
2.238	2.350	OK
0.600	10.000	OK
4.0	5.7	OK
90.7	100.0	
59.7	84.3	
46.7	68.1	
34.6	51.7	
17.8	29.3	
4.5	10.7	
49.0	63.0	
26.90	69.00	

**Valores del modelo**

Densidad Teórica (g/cm <sup>3</sup> )	2.51
V <sub>a</sub> (%)	4.22
V <sub>b</sub> (%)	12.73
V <sub>g</sub> (%)	83.05
VAM (%)	16.95
VFA (%)	75.10
C <sub>v</sub>	0.87

**Valores asumidos en el modelo (NO CAMBIAR)**

Relación de Poisson del ligante	0.45
Relación de Poisson del mástico	0.4
Relación de Poisson del agregado	0.2
Relación de Poisson de la mezcla asfáltica	0.35
E del agregado (MPa)	50000

**Valores estimados**

Temp. referencia	$E^*$ (MPa)	Frec. referencia
25	241.033	10
120.517	8930	13.2
60.258	7678	18.2
30.129	6445	20.8
15.065	5275	23.4
14.967	5265	23.5
7.484	4198	26.1
3.742	3264	28.8
1.871	2479	31.6
0.935	1847	34.4
1.117	1994	33.7
0.558	1469	36.6
0.279	1071	39.5
0.140	778	42.4
0.070	567	45.4
0.038	662	43.9
0.049	485	47.0
0.025	360	50.1
0.006	210	56.5

**Temperatura y frecuencia de referencia**

Temperatura (°C)	Frecuencia (Hz)	$E^*$ (MPa)
10	4.00	9857
10	2.00	8750
30	4.00	1901
30	4.00	1901
30	3	3
30	5	5
30	4	4
30	4	4
30	4	4
40	1	1
40	1	1
40	3	3
40	6	6
40	3	3
40	0.25	203

**Curvas Maestras**

**Parámetros de las Curvas Maestras**

K =	23044	E <sub>max</sub> y E <sub>min</sub>
log E <sub>min</sub> =	1.643	44
log E <sub>max</sub> =	4.279	19030
β =	-0.492	Error
δ =	-0.700	0.006

**Valores de las Curvas Maestras**

**Cálculo para una condición dada**

Temp. de Referencia (°C) =	25
Frec. de Referencia (Hz) =	10
Cálculo (una temp. y una frec.)	10
Temperatura (°C)	10
Frecuencia (Hz)	2
$E^*$ calculado (MPa) =	8930

Figura 26 Interfase de la aplicación desarrollada

## 9. Conclusiones

- Se han revisado diversos modelos micromecánicos que han sido propuestos para mezclas asfálticas con distintos grados de complejidad y precisión. Los mismos varían desde formulaciones analíticas muy simples que toman en cuenta una muy limitada información morfológica y consecuentemente tienen una menor precisión y requieren de mayores calibraciones a expresiones analíticas más complicadas o métodos numéricos o simulaciones que consideran una detallada información morfológica y entonces poseen mayor precisión y requieren menores calibraciones pero son más exigentes desde el punto de vista computacional y de la calidad de la información que debe disponerse respecto a los componentes.

- Se ha desarrollado un modelo tridimensional como extensión de los modelos analíticos en 2 dimensiones en el que cada agregado es considerado como una esfera recubierta por una película de espesor constante del mástico asfáltico y embebida en un medio esférico equivalente y homogéneo de tamaño finito de mezcla asfáltica cuyas propiedades efectivas son desconocidas. Este medio equivalente considera a la mezcla como una combinación de las dos otras capas interiores (agregado y mástico) y donde las propiedades de esa capa más externa son entonces aquellas de la mezcla asfáltica. Luego, la mezcla asfáltica que es micromecánicamente inhomogénea puede ser tratada como un material compuesto macromecánicamente homogéneo.

- Para su aplicación al caso real de una mezcla asfáltica compuesta con agregados de una dada distribución granulométrica, contenido volumétrico de ligante y vacíos es necesario realizar una serie de consideraciones referidas a:

- Discretización de la distribución granulométrica de los agregados
- Módulo elástico y espesor de la película del mástico
- Influencia de los vacíos y su distribución de tamaño en la mezcla asfáltica

- El modelo desarrollado ha sido aplicado sistemáticamente a todas las mezclas asfálticas incluidas en la base de datos utilizada previamente siguiendo un procedimiento secuencia e implementado en una hoja de cálculo Excel. La comparación de valores estimados por el modelo y los medidos experimentalmente resulta muy similar a las obtenidas con los otros procedimientos y modelos evaluados previamente observándose que el modelo micromecánico resulta adecuado para aquellos valores más altos del módulo elástico y tiende a subvalorar aquellos más bajos.

De acuerdo a las premisas básicas para el desarrollo de este modelo de estimación se ha introducido un factor de calibración de naturaleza empírica que involucra el módulo de rigidez del ligante  $S_{bit}$  y el contenido relativo de agregados pétreos. El modelo ajustado no presenta sesgo apreciable con un

coeficiente de correlación  $R^2 = 0.88$ . La valoración de la aptitud del modelo resulta Bueno/Bueno para el espacio aritmético y Bueno/Excelente para el espacio bi-logarítmico.

Se destaca que este modelo de estimación del módulo dinámico de las mezclas asfálticas es de base racional y satisface la premisa básica adoptada referida a que sólo requiere conocer las características generales de la mezcla habitualmente determinadas durante la formulación de la misma.

- Del análisis de los resultados obtenidos, es posible concluir que el modelo desarrollado produce resultados del módulo dinámico suficientemente confiables y adecuados para las mezclas asfálticas usadas típicamente en Argentina aplicables en procedimientos de diseño empírico-mecanicistas de pavimentos.

- Se ha analizado la sensibilidad del modelo desarrollado para describir el fenómeno experimental observado y la influencia de aquellos parámetros que se han adoptado simplificados para una mezcla asfáltica considerada representativa observándose que es la relación de Poisson del mástico asfáltico  $\nu_1$  el que afecta en mayor medida la estimación efectuada.

- Finalmente, se ha desarrollado una aplicación a través de una hoja de cálculo Excel para facilitar la utilización de una manera práctica y expeditiva del modelo desarrollado para la obtención de resultados aplicables al diseño de pavimentos mediante principios mecanicistas.

## 10. Referencias

- [1] NCHRP 1-37A. "Mechanistic-Empirical design of new and rehabilitated pavement structures". Draft Report. Transportation Research Board, National Research Council, Washington DC, 2004.
- [2] F. Martínez y S. Angelone . "Evaluación de diferentes modelos de predicción del módulo dinámico de mezclas asfálticas".. XV Congreso Argentino de Vialidad y Tránsito. Mar del Plata, 2009.
- [3] F. Martinez y S. Angelone. "Evaluation of different predictive dynamic modulus models of asphalt mixtures used in Argentina", Eighth International Conference on the Bearing Capacity of Roads, Railways, and Airfields. EEUU, 2009.
- [4] F. Martinez y S. Angelone. "The Estimation of the Dynamic Modulus of Asphalt Mixtures Using Artificial Neural Networks 11th Intl. Conference on Asphalt Pavements, Intl. Society of Asphalt Pavements, Japan, 2010
- [5] Dougan, C.E., Stephens, J.E., Mahoney, J. and Hansen, G. "E\* - Dynamic modulus. Test protocol – Problems and solutions". Report No. CT-SPR-0003084-F-03-3. University of Connecticut, Storrs, CT. 2003.
- [6] Schwartz, C.W. "Evaluation of the Witczak Dynamic Modulus Prediction Model". 84<sup>th</sup> Annual Meeting of the Transportation Research Board, Paper No. 05-2112, Washington D.C. 2005.

- [7] Yoder, E. J., and Witczak, M. W. Principles of Pavement Design. Wiley, New York. 1975.
- [8] Chehab, G.R., Kim, Y.R., Schapery, R.A., Witczak, M.W. and Bonaquist, R. "Time-Temperature Superposition for Asphalt Concrete Mixtures with Growing Damage in Tension State", Association of Asphalt Paving Technologists, USA. 2002.
- [9] Emri, I., Zupančič, B., Gergesova, M. Saprunov, I., Gonzalez-Gutierrez, J. and Bek, M. "Importance of viscoelastic characteristics in determining functionality of time-dependent materials". Dyna, año 79, Edición Especial, pp. 97-104, ISSN 0012-7353. 2012.
- [10] Gergesova, M., Zupančič, B., Saprunov, I. and Emri, I. "The closed form t-T-P shifting (CFS) algorithm". J. Rheol. 55 (1), pp. 1-16. 2011.
- [11] Emri I. and Gergesova, M. "Rheology, Chapter: Time-dependent behavior of solid polymers", Eolss Publishers Co. Ltd., United Kingdom, pp.247-330. ISBN- 978-1-84826-769-5 (Print), ISBN- 978-1-84826-319-2 (e-Book Adobe Reader). 2010.
- [12] Francken, L. and Clauwaert, C., "Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures". Proceedings 6th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor, University of Michigan, pp 130-144, Ann Arbor, MI, USA. 1988.
- [13] Lytton, R.L., Uzan, J., Fernando, E.M., Roque, R., Hiltunen, D. and Stoffels, S.M., "Development and validation of performance prediction models and specifications for asphalt binders and paving mixes". SHRP Report A-357, SHRP/NRC, Washington DC, USA. 1993.
- [14] Jacobs, M.M.J. "Crack growth in asphaltic mixes". PhD. Thesis, Delft University of Technology, Netherlands, 1995.
- [15] Witczak, M., Bari, J. and Sotil, A. "Dynamic modulus ( $E^*$ ) test and master curve database", Inter Team Technical Report, Superpave Support and Performance Models Management (NCHRP 9-19) Project, Arizona State University, USA. 2004.
- [16] Witczak, M., Pellinen T., El-Basyouny M. "Pursuit of the simple performance test for asphalt concrete fracture/cracking". Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, USA. 2002.
- [17] Witczak, M. and Sotil, A. "A recommended methodology for developing dynamic modulus  $E^*$  master curves from non-linear optimization", Inter Team Technical Report, Superpave Support and Performance Models Management (NCHRP 9-19) Project, Arizona State University, USA. 2004.
- [18] Eshelby, J. D. "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems". Proceedings Royal Society, Serie A, No. 241. pp.376-396. 1957. London.
- [19] Proceedings of the International Conference on Asphalt Pavements. Raleigh, North Carolina, USA, 2014. Taylor & Francis Group, London, UK. ISBN: 978-1-138-02693-3.

- [20] Bashin, A., Masad, E., Kutay, M. E., Buttlar, W., Kim, Y., Marasteanu, M., Kim, Y. R., Schwartz, C. W. and Carvalho, R. "Applications of advanced models to understand behavior and performance of asphalt mixtures". Transportation Research Circular E-C161. 2012.
- [21] You, Z., and W. G. Buttlar. "Discrete element modeling to predict the modulus of asphalt concrete mixtures". Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 17, 2004, pp. 140–146.
- [22] Buttlar, W. G., and Z. You. "Discrete element modeling of asphalt concrete: a microfabric approach". Transportation Research Record, No. 1757, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2001, pp. 111–118.
- [23] Shu, X., and B. Huang. "Dynamic modulus prediction of HMA mixtures based on the viscoelastic micromechanical model". Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 20, No. 8, 2008, pp. 530–538.
- [24] Shu, X., and B. Huang. "Micromechanics-based dynamic modulus prediction of polymeric asphalt concrete mixtures". Composites Part B: Engineering, Vol. 39, No. 4, 2008, pp. 704–713.
- [25] Zhang, J. and Yang, J. "Advances in micromechanical constitutive theories and modeling in asphalt mixture: A review". 13th COTA International Conference of Transportation Professionals (CICTP 2013). Procedia - Social and Behavioral Sciences 96, pp. 1304 – 1314, 2013.
- [26] Buttlar, W. G., Roque, R. " Evaluation of empirical and theoretical models to determine asphalt mixture stiffnesses at low temperatures". Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 65. 1996.
- [27] Hashin, Z. and Shtrikman, S. " A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Volume 11, Issue 2, March–April 1963, Pages 127–140.
- [28] Christensen, R.M. and Lo, K. H. " Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Volume 27, Issue 4, August 1979, Pages 315–330.
- [29] Shashidhar, N. and Shenoy, A. "On Using Micromechanical Models to Describe the Dynamic Mechanical Behavior of Asphalt Mastics". Proceedings of the 79<sup>th</sup> Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D. C., 2000.
- [30] Buttlar, W. G., Bozkurt, D., Al-Khateeb, G. G. and Waldhoff, A. S., "Understanding asphalt mastic behavior through micromechanics". Annual Meeting of Transportation Research Board, Washington D. C. 1999.
- [31] Christensen, D. W., T. K. Pellinen and R. F. Bonaquist. "Hirsch model for estimating the modulus of asphalt concrete", Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, Vol. 72, pp. 97-121. 2003.
- [32] Li, G., Li, Y., Metcalf, J. B. and Pang, S. "Elastic modulus prediction of asphalt concrete". Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 11, No. 3, August, 1999.

- [33] Huang, B., Shu, X., Li, G. and Chen, L. "Analytical modeling of three-layered HMA mixtures". *International Journal of Geomechanics*, Vol. 7, No. 2, April 1, 2007.
- [34] Di Benedetto, H., Olard, F., Sauzéat, C. and Delaporte, B. "Linear viscoelastic behaviour of bituminous materials: from binders to mixes". *International Journal Road Materials and Pavement Design*, Vol. 5, Special Issue, p. 163-202, 2004.
- [35] Saada, A. S. "Elasticity, theory and applications". J. Ross Publishing, 2nd. Edition, 2009. ISBN 13:978-1-60427-019-8.
- [36] Van der Poel, C. "A general system describing the viscoelastic properties of bitumen and its relation to routine test data", *Journal of Applied Chemistry*, Vol. 4, Part 5, p. 221. 1954.
- [37] van de Ven, M.F., Jenkins, K.J. and Bahia, H.U. "Concepts used for development of bitumen specifications". *Proceedings of the 8th Conference on Asphalt Pavements for Southern Africa (CAPSA'04)*. 2004.
- [38] Norma Francesa: Couches d'assis: Enrobés a module élevé. NF pp. 48-140. Paris, 1991.
- [39] Kandhal, P.S., Foo, K. Y and Mallick, R.B. "A critical review of VMA requirements in Superpave". NCAT Report 98-1. National Center for Asphalt Technology, 1998.
- [40] Anderson, R.M. and Bahia, H. U. "Evaluation and selection of aggregate gradations for asphalt mixtures using Superpave". *Transportation Research Record*, No. 1583, TRB, National Research Council, Washington, D.C. 1997.
- [41] Radovskiy, B. "Analytical formulas for film thickness in compacted asphalt mixture". *Proceedings of the Transportation Research Board, 82<sup>nd</sup> Annual Meeting*, Washington, D.C., 2003.
- [42] Canoba, C. A. y Fraga H. "Propiedades elásticas de rocas". Departamento de Ciencias Geológicas, Escuela de Agrimensura, Facultad de Cs. exactas, Ingeniería y Agrimensura, UNR. 2004.
- [43] Castelblanco, A. "Probabilistic analysis of air void structure and its relationship to permeability and moisture damage of hot mix asphalt". MSc. Thesis, Texas A&M University, 2004.
- [44] Witczak, M., Pellinen T., El-Basyouny M. "Pursuit of the simple performance test for asphalt concrete fracture/cracking". *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, USA*. 2002.
- [45] Yusoff, N. I. Md., Mounier, D., Ginoux M. S., Mohd, R. H., Airey, G. D. and Di Benedetto, H. "Modelling the rheological properties of bituminous binders using the 2S2P1D Model". *Construction and Building Materials* 38, pp. 395–406. 2013.
- [46] Bonaquist, R. and Christensen, D. W. "Practical procedure for developing dynamic modulus master curves for pavement structural design", *Transportation Research Record*, Volume 1929, pp. 208-217. 2005.
- [47] Ceylan, H., Gopalakrishnan, K. and Kim, S. "Advanced approaches to hot-mix asphalt dynamic modulus prediction". *Canadian Journal of Civil Engineering* Vol. 35, pp. 699–707. 2008.